LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU SPECTRE D'ÉMISSION DE L'AMMONIAC ET DE L'AMMONIAC LOURD : LA TRANSITION $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$ DES RADICAUX NH ET ND

Par RENÉ FLORENT et SYDNEY LEACH.

Laboratoire de Chimie Physique.

Sommaire. — Une analyse des bandes (1, 0), (0, 0) et (0, 1) de la transition $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$ des radicaux NH et ND a été effectuée. Les constantes de rotation des deux états ont été calculées et les relations isotopiques simples vérifiées pour la rotation. Les constantes de vibration ont été calculées par une méthode de déplacement isotopique. La séparation des états $^1\Delta$ et $^3\Sigma^-$ a été trouvée de l'ordre de 1,2 eV.

1. **Introduction**. — L'obtention de nouveaux spectres d'émission de molécules et de radicaux pourrait aider à nous faire comprendre la structure de ces corps ainsi que les processus de décomposition qui résultent souvent de la méthode d'excitation. Il est donc intéressant de chercher de nouveaux procédés où les conditions d'excitation permettent d'obtenir de nouveaux spectres. C'est dans ce but que Schüler [1] en 1941 a mis au point un tube à décharge où est réduite la décomposition de la substance étudiée. On a pu ainsi observer de nouveaux spectres d'émission de molécules polyatomiques [1] et de radicaux libres [2]. En employant un tube à décharge modifié de Schüler [3], Chauvin et Leach [4] ont étudié le spectre de l'ammoniac et de l'ammoniac lourd en émission de 2 000 à 6 000 Å. Ils n'ont pas réussi à identifier de spectre appartenant à la molécule d'ammoniac, mais ils ont pu caractériser des spectres de différents radicaux et molécules formés par la dissociation de NH_3 ou ND_3. Certains de ces spectres sont nouveaux. Ils ont pu identifier, en particulier, les spectres correspondant à différentes transitions électroniques des radicaux NH et ND. Le présent travail continue l'étude de ces transitions en s'attachant plus spécialement à la transition $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$ des deux radicaux NH et ND.

2. **La transition $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$ de NH et ND**. — On a pu identifier jusqu'à présent six états électroniques du radical NH. Un schéma approximatif de leurs courbes de potentiel est donné sur la figure 1. La position relative des niveaux singulets et triplets n'était pas connue jusqu'ici et résulte du présent travail. La transition $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$ a été étudiée en 1933

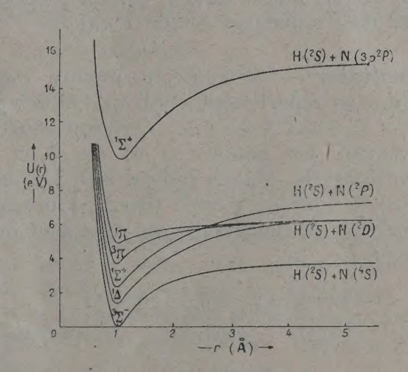


Fig. 1. — Courbes de potentiel des états électroniques du radical NH. Schéma approximatif sur la base de $D''_0 (^3\Sigma^-) = 3,8$ eV.

par Pearse [5] qui a analysé la bande (0, 0) de NH vers 3 240 Å. Dieke et Blue [6] ont fait l'étude de cette même bande et de la bande correspondante de ND. En 1935, Nakamura et Shidei [7] ont étudié les trois bandes (1, 0), (0, 0) et (0, 1) de cette transition du radical NH.

Ces études ont laissé un certain nombre de points à éclaircir. Les valeurs de certaines constantes de rotation données par Nakamura et Shidei paraissaient sujettes à caution. D'autre part, les valeurs

des constantes de vibration calculées par les différents auteurs manquaient de précision, par suite d'un nombre insuffisant de données sur les niveaux.

Dans ce présent travail, nous avons d'abord étudié dans la transition électronique $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$ la bande (0, 0) déjà connue de ND, et les bandes (1, 0) et (0, 1) inconnues jusqu'ici du même radical. Ensuite, nous avons comparé les résultats obtenus avec ceux que l'on connaît déjà sur NH. Dans ce but, nous avons à nouveau analysé les données de Nakumura et Shidei [7] sur NH par la même méthode que nous avons employée dans le cas de ND. Ceci nous a amené à modifier certaines valeurs données par Nakamura et Shidei pour les constantes de rotation à l'état $^1\Delta$. De cette étude comparative, nous avons pu tirer une valeur approchée des constantes de vibration des états électroniques $^1\Pi$ et $^1\Delta$. Enfin, nous en avons déduit quelques indications sur la position relative des niveaux singulets et triplets de NH.

3. **Partie expérimentale.** — Les expériences sur ND_3 ont été déjà exposées ailleurs [3], [4]. Seuls les spectres dans l'ultraviolet nous ont intéressé pour cette étude. Ils ont été pris avec un spectrographe Hilger moyen dont la dispersion est de 175 cm⁻¹/mm vers 3100 Å et de 200 cm⁻¹/mm vers 3 500 A. Les intensités relatives des raies de ND ont été estimées visuellement et classées dans une échelle allant de 0 à 10. La précision sur la mesure des fréquences est de 1 cm⁻¹.

4. **Résultats.** — Nous avons mesuré 150 raies environ qui se répartissent en trois bandes situées vers 3 075 Å, 3 235 Å et 3 501 Å et qui constituent respectivement les bandes (1, 0) (0, 0) et (0, 1) de la transition $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$ du radical ND. La longueur d'onde (Å), le nombre d'onde (cm⁻¹), l'intensité (*I*) et l'attribution de chacune de ces raies sont données au tableau I.

TABLEAU I. — ND : $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$.

I.	λ(Å).	ν(cm⁻¹).	Attributions.
		Bande (1, 0).	
2 *L*	3 075,4 3 076,0	32 506 32 500	*R*(2) à *R*(6)
1	77,0	489	*R*(7)
0 *L*	78,4	475	*R*(8)
2	79,8	460	*R*(9); *Q*(2)
2	80,7	451	*Q*(3)
3	81,8	438	*Q*(4); *R*(10)
3	82,4	433	*P*(2)
3	83,5	421	*Q*(5)
2	84,8	408	*P*(3)
3	85,4	401	*Q*(6)
0	87,0	385	*R*(12)
6 *L*	87,5	379	*Q*(7); *P*(4)
0	89,9	355	*R*(13)

TABLEAU I (*suite*).

I.	λ(Å).	ν(cm⁻¹).	Attributions.
		Bande (1, 0).	
6 *L*	90,3	350	*Q*(8); *P*(5)
6 *L*	93,5	316	*Q*(9); *P*(6)
4	96,6	284	*Q*(10)
4	97,3	277	*P*(7)
4	3 100,3	246	*Q*(11)
4	01,2	237	*P*(8)
4	04,1	206	N_2(4, 3); *Q*(12)
3	05,4	192	*P*(9)
2	08,5	160	*Q*(13)
4 *L*	10,0	145	*P*(10)
1	13,3	111	*Q*(14)
2	15,0	093	*P*(11)
3	16,5	078	N_2(3, 2)
1	18,6	056	*Q*(15)
2	20,3	039	*P*(12)
2	24,5	31 996	*Q*(16)
2 *L*	26,0	980	*P*(13)
1	30,3	937	*Q*(17)
1 *L*	32,3	916	*P*(14)
10	36,1	878	N_2(2, 1)
		Bande (0, 0).	
8 *L*	3 235,0 3 235,6	30 903 30 897	*R*(3) à *R*(8)
6	36,6	888	*R*(2); *R*(9)
6	37,5	879	*R*(10)
5	38,7	868	*R*(11)
5	40,5	851	*R*(12)
5	41,5	841	*Q*(2)
6	42,3	833	*R*(13); *Q*(3)
6	43,3	824	*Q*(4)
7	44,7	810	*R*(14)) *Q*(5); *P*(2)
6	46,1	798	*Q*(6)
7	47,2	787	*R*(15); *P*(3)
7	47,8	781	*Q*(7)
7 *L*	49,9	761	*R*(16); *Q*(8); *P*(4)
7 *L*	52,4	738	*Q*(9); *P*(5)
4	53,4	728	*R*(17)
6	54,8	715	*Q*(10)
6	55,7	706	*R*(18); *P*(6)
6	57,8	687	*Q*(11); *R*(19)?
6	59,2	674	*P*(7)
6	60,9	657	*Q*(12)
6	62,8	638	*P*(8)
6	64,3	626	*Q*(13)
5	66,7	604	*P*(9)
6 *L*	68,3	588	N_2(4, 4); *Q*(14)
5	70,9	564	*P*(10)
5	72,1	553	*Q*(15)
5	75,3	523	*P*(11)
5	76,5	512	*Q*(16)
4	80,0	479	*P*(12)
4	81,3	467	*Q*(17)
4	85,1	431	*P*(13)

TABLEAU I (*suite*).

I.	λ(Å).	ν(cm⁻¹).	Attributions.
		Bande (0,0).	
3	86,4	420	*Q*(18)
3	90,3	382	*P*(14)
3	91,8	370	*Q*(19)
3	96,0	331	*P*(15)
3	97,6	315	*Q*(20)
		Bande (0, 1).	
5 *L*	3 500,5	28 559	N_2(2, 3); *R*(5) à *R*(9)
2	3 501,4	28 552	*R*(4); *R*(10)
2	02,4	544	*R*(3); *R*(11)
2	03,7	533	*R*(2); *R*(12)
1	05,2	521	*R*(13)
1	07,0	507	*R*(14)
3	09,3	487	*Q*(2)
3	10,0	482	*Q*(3)
3	11,0	474	*Q*(4)
3	12,1	465	*Q*(5)
4	13,4	454	*Q*(6): *P*(2)
4	15,5	438	*Q*(7); *P*(3)
4	17,2	424	*Q*(8)
4	18,5	413	*P*(4)
4	19,3	406	*Q*(9)
5	21,5	389	*P*(5); *Q*(10)
5 *L*	24,3	366	*P*(6); *Q*(11)
4	27,2	343	*Q*(12)
4	28,2	335	*P*(7)
4	30,6	316	*Q*(13)
4	32,1	304	*P*(8)
7	34,4	286	*Q*(14)
10 *L*	36,6	268	N_2(1, 2)
2	38,1	256	*Q*(15)
2	40,5	237	*P*(10)
2	42,3	222	*Q*(16)
2	45,1	200	*P*(11)
2	46,8	186	*Q*(17)
2	49,9	162	*P*(12)
2	51,5	149	*Q*(18)
2	55,2	120	*P*(13)
2	57,0	106	*Q*(19)
2	60,6	077	*P*(14)
2	62,1	066	*Q*(20)
2	66,4	032	*P*(15)
2	68,1	018	*Q*(21)
4	72,7	27 982	*P*(16)?
10 *L*	77,0	948	N_2(0, 1)

L, large. Les bandes de l'azote appartiennent au système 2e positif, seules les têtes de ces bandes ont été indiquées.

Dans cette région, il y avait également des bandes du deuxième système positif de l'azote, provenant de la dissociation de ND_3. Il y a lieu de signaler, par ailleurs, que pour les nombres quantiques *J* de rotation élevés, il se produit une superposition de la bande $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$ (0, 0) de ND avec la bande 3 360 Å correspondant à la transition $^3\Pi \rightarrow {}^3\Sigma$. Pour ces raisons, nous n'avons pu identifier les raies de rotation pour des valeurs de *J* supérieures à 17 pour la bande (1, 0), à 20 pour la bande (0, 0) et à 21 pour la bande (0, 1).

Dans chacune des bandes, les branches de rotation *Q* et *P* sont bien développées et les raies de ces branches pourraient être mesurées avec une précision satisfaisante. Les mesures sur des raies de la branche *R* sont moins précises, car la séparation des premières raies de cette branche est insuffisante, par suite de la faible dispersion du spectrographe. D'autre part, il existe souvent des superpositions de raies de différentes branches.

5. **Analyse de rotation.** — Nous pouvons conclure, par analogie avec le spectre correspondant de NH, que la transition de ND en question est $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$, conclusion qui est confirmée par la présence dans chacune des bandes de trois branches *R*, *Q*, *P* dont les premières raies sont respectivement *R*(2), *Q*(2), *P*(2). Enfin, la répartition des intensités des différentes branches de rotation est celle que prévoit la théorie pour une transition $\Pi \rightarrow \Delta$ [8]. Le dédoublement Λ des niveaux de rotation pour les états $^1\Pi$, $^1\Delta$ n'était pas observable à cause de la faible dispersion du spectrographe employé.

On sait, d'après le modèle du rotateur non rigide, que l'énergie de rotation $\frac{W_r}{h}$ d'une molécule diatomique a pour expression

$$\frac{W_r}{h} = F(J) = BJ(J+1) + DJ^2(J+1)^2 + \ldots, \quad (1)$$

où

$$B = \frac{h}{8\pi^2 cI} = \frac{h}{8\pi^2 c\mu r^2}; \quad (2)$$

I est le moment d'inertie de la molécule, *r* est la distance internucléaire, μ la masse réduite.

Pour calculer les valeurs des constantes de rotation *B* et *D*, nous avons d'abord essayé d'utiliser les relations de combinaison usuelles entre les branches *R*, *Q*, *P*

$$\begin{aligned} R(J) - Q(J) &= Q(J+1) - P(J+1) \\ &= F'(J+1) - F'(J) = \Delta_1 F'(J), \quad (3) \\ R(J) - Q(J+1) &= Q(J) - P(J+1) \\ &= F''(J+1) - F''(J) = \Delta_1 F''(J), \quad (4) \end{aligned}$$

où

$$\Delta F(J) = 2B(J+1) + 4D(J+1)^3. \quad (5)$$

Mais comme la précision des valeurs de *B* ainsi obtenues n'a été que de 0,1 cm^{-1} environ, nous avons été conduits à employer la méthode suivante. La fréquence des raies de la branche *Q* est donnée par

$$\nu = \nu_0 + F'(J) - F''(J), \quad (6)$$

$$\nu = \nu_0 + (B' - B'')J(J+1) + (D' - D'')J^2(J+1)^2. \quad (7)$$

Si l'on porte sur un graphique les valeurs $\nu(Q)$ en fonction de $J(J+1)$, on obtient pour chaque bande une courbe qui est sensiblement une droite pour les faibles valeurs de $J(J+1)$. La pente de cette droite donne la valeur de $(B'-B'')$. L'écart de la courbe par rapport à cette droite augmente avec J. Il est dû au terme $(D'-D'')J^2(J+1)^2$ et permet de calculer $(D'-D'')$. La figure 2 montre la courbe obtenue dans le cas de la bande (0, 1).

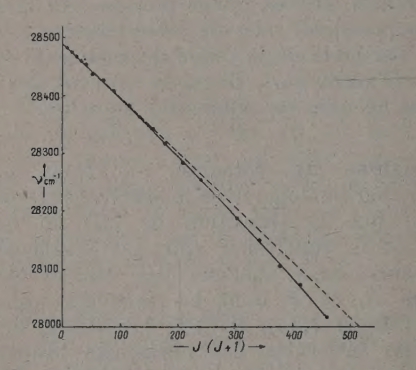


Fig. 2. — ND : Transition $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$.
Bande (0, 1) : Nombres d'onde des raies de la branche Q en fonction de $J(J+1)$.

Le tableau II donne les valeurs de $(B'-B'')$, $(D'-D'')$ et $\nu_{v',v''}$ pour chaque bande.

TABLEAU II.

	(1, 0).	(0, 0).	(0, 1).
$(B'-B'')$ cm^{-1}	$-1,73 \pm 0,01$	$-1,21 \pm 0,01$	$-0,97 \pm 0,01$
	-	(−1,196)	-
$(D'-D'').10^{-5}$ cm^{-1}	-	(14,9)	-
	~7	~9	~14
$\nu_{v',v''}$ cm^{-1}	-	(30 849)	-
	$32\,473 \pm 1$	$30\,848 \pm 1$	$28\,494 \pm 1$

Les chiffres entre parenthèses se réfèrent aux valeurs de Dieke et Blue.

Pour calculer les valeurs de B et D nous avons, dans chaque cas, trois équations et quatre inconnues. On peut prendre arbitrairement pour une de ces constantes une valeur trouvée par l'emploi des relations de combinaison [éq. (3), (4), (5)], mais il nous a semblé préférable de prendre les valeurs B''_0 et D''_0 données par Dieke et Blue qui sont plus précises que celles que nous avons pu déduire des équations (3), (4), (5) grâce à la grande dispersion du spectrographe à réseau utilisé par ces auteurs.

En adoptant leurs valeurs

$$B''_0 = 8,836 \text{ cm}^{-1} \quad \text{et} \quad D''_0 = 5,05.10^{-4} \text{ cm}^{-1},$$

nous trouvons pour les autres constantes (tableau III):

TABLEAU III.

$B'_0 = 7,63 \pm 0,01$ cm^{-1}	$D'_0 \sim 6,0.10^{-4}$ cm^{-1}
$B'_1 = 7,11 \pm 0,01$	$D'_1 \sim 5,7$
$B''_1 = 8,60 \pm 0,02$	$D''_1 \sim 4,6$

En comparant notre valeur de B'_0 avec celle donnée par Dieke et Blue, $B'_0 = 7,640$ cm^{-1}, on voit que l'écart tombe dans la limite des erreurs.

La précision sur B est de l'ordre de 0,01 cm^{-1}. Pour la constante D, nos valeurs représentent seulement l'ordre de grandeur, mais il est intéressant de remarquer que $D'_1 < D'_0$ et $D''_1 < D''_0$, comme on doit s'y attendre.

Les valeurs de la constante de rotation B pour les différents états de vibration d'un même état électronique sont reliées par la relation

$$B_v = B_e - \alpha_e\left(v + \frac{1}{2}\right), \tag{8}$$

où B_e est la valeur de la constante B à l'état d'équilibre du niveau électronique, α_e est un coefficient caractéristique de chaque état électronique que l'on peut obtenir par

$$B_1 - B_0 = -\alpha_e. \tag{9}$$

Nos résultats permettent de calculer α_e et, par suite, la valeur B_e qui, à son tour, permet de calculer I_e et r_e. Étant donnée l'imprécision des valeurs de D obtenues, il serait illusoire de chercher à calculer D_e pour lequel nous pourrons seulement donner un ordre de grandeur. Les valeurs trouvées pour B_e, D_e, α_e, I_e et r_e aux deux états $^1\Pi$ et $^1\Delta$ sont données dans le tableau IV.

TABLEAU IV.

	États.	
	$^1\Pi$.	$^1\Delta$.
B_e (cm^{-1})	$7,89 \pm 0,03$	$8,96 \pm 0,03$
D_e (10^{-4} cm^{-1})	~6	~5
α_e (cm^{-1})	$0,52 \pm 0,02$	$0,24 \pm 0,02$
I_e (10^{-40} g.cm^2)	$3,55 \pm 0,01$	$3,12 \pm 0,01$
r_e (10^{-8} cm)	$1,103 \pm 0,001$	$1,034 \pm 0,001$

Comparaison avec NH. — Nous avons calculé par la même méthode les constantes de rotation des bandes (1, 0), (0, 0), (0, 1) de la transition $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$ de NH en nous servant des fréquences des raies données par Nakamura et Shidei [7].

TABLEAU V.

Constantes.	Bande (1, 0). Nakamura et Shidei.	Bande (1, 0). Présente étude.	Bande (0, 0). Nakamura et Shidei.	Bande (0, 0). Dieke et Blue.	Bande (0, 0). Présente étude.	Bande (0, 1). Nakamura et Shidei.	Bande (0, 1). Présente étude.
B' (cm^{-1})	12,8	$12,75 \pm 0,02$	14,19	14.16	$14,13 \pm 0,02$	14,19	$14,13 \pm 0,02$
B'' (cm^{-1})	16,47	-	16,47	16,446	-	16,3	$15,78 \pm 0,04$
D' (10^{-3} cm^{-1})	2,4	~2,0	2,39	2,44	~2,1	2,39	~2,1
D'' (10^{-3} cm^{-1})	1,86	-	1,86	1,74	-	1,7	1,32
Origine ν_0 (cm^{-1})	-	32877	-	30755,6	30755,5	-	27 568

Le tableau V groupe nos résultats, ainsi que les valeurs données par Nakamura et Shidei (1) pour les trois bandes et par Dieke et Blue pour la bande (o, o) de NH. (Nos valeurs des constantes B et D ont été calculées pour NH comme pour ND à partir des valeurs B''_0, D''_0 données par Dieke et Blue.)

Le tableau VI, enfin, permet de comparer les valeurs correspondantes de B_e, α_e, I_e et r_e pour les deux états $^1\Pi$, $^1\Delta$.

TABLEAU VI.

Constantes.	État $^1\Pi$. Nakamura et Shidei.	État $^1\Pi$. Présente étude.	État $^1\Delta$. Nakamura et Shidei.	État $^1\Delta$. Présente étude.
B_e (cm^{-1})........	14,88	14,81	16,55	16,78
α_e (cm^{-1})........	1,39	1,38	0,17	0,67
I_e (10^{-40} g.cm^2)...	1,88	1,89	1,69	1,67
r_e (10^{-8} cm).......	1,10	1,10	1,04	1,03

La valeur de B'_1 donnée par Nakamura et Shidei diffère notablement de celle que nous avons obtenue. Il en résulte également des valeurs différentes du coefficient α''_e.

Or, Birge [9] a donné une relation empirique

$$\alpha_e \approx k \frac{\omega_e x_e B_e}{\omega_e}, \tag{10}$$

où ω_e et $\omega_e x_e$ sont des constantes de vibration que nous allons étudier par la suite; k est une constante numérique.

La valeur du rapport $\frac{\alpha'_e}{\alpha''_e}$ des états supérieur et inférieur est, pour Nakamura et Shidei

$$\frac{\alpha'_e}{\alpha''_e} = \frac{1,39}{0,17} \approx 8,$$

tandis que notre analyse de leurs données expérimentales conduit à

$$\frac{\alpha'_e}{\alpha''_e} = \frac{1,38}{0,67} \approx 2.$$

D'autre part, pour ND, nous obtenons

$$\frac{\alpha'_e}{\alpha''_e} = \frac{0,52}{0,24} \approx 2.$$

(1) Les nombres d'onde des raies données par Nakamura et Shidei pour la bande (o, o) diffèrent de + 3 cm^{-1} de celles de Dieke et Blue. D'après les mesures faites sur des plaques prises au cours des expériences sur NH_3 par Chauvin et Leach, nous avons constaté que dans la transition $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$ de NH les têtes de bandes (o, o) et (o, 1) étaient toutes deux décalées par rapport à celles de Nakamura et Shidei d'environ 3 cm^{-1} vers le rouge. Les mesures n'ont pu pu être faites pour la bande (1, o) trop floue, mais ce même décalage existe probablement aussi pour cette bande puisqu'il a la même valeur dans deux régions de dispersion différentes. Nous avons donc diminué de 3 cm^{-1} les nombres d'onde donnés par Nakamura et Shidei pour les trois bandes. Les valeurs données au tableau V tiennent compte de cette correction.

Or, la valeur de ce rapport doit être sensiblement la même pour NH et ND d'après les relations isotopiques dont il sera question plus loin. Nous trouverons, en effet, la relation de proportionnalité suivante :

$$\alpha_e(\mathrm{ND}) = f(\rho)\,\alpha_e(\mathrm{NH}), \tag{11}$$

où

$$\rho = \left[\frac{\mu(\mathrm{NH})}{\mu(\mathrm{ND})}\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{12}$$

Le coefficient de proportionnalité $f(\rho)$ s'élimine si nous formons le rapport $\frac{\alpha'_e(\mathrm{ND})}{\alpha''_e(\mathrm{ND})}$. On obtient

$$\frac{\alpha'_e(\mathrm{ND})}{\alpha''_e(\mathrm{ND})} = \frac{\alpha'_e(\mathrm{NH})}{\alpha''_e(\mathrm{NH})}. \tag{13}$$

D'autre part, d'après l'équation (10), nous avons pour l'état $^1\Pi$

$$\alpha'_e \approx \frac{k'\,\omega'_e x'_e B'_e}{\omega'_e} \tag{14}$$

et pour l'état $^1\Delta$

$$\alpha''_e \approx \frac{k''\,\omega''_e x''_e B''_e}{\omega''_e}. \tag{15}$$

On a donc pour l'état $^1\Pi$

$$\frac{\alpha'_e(\mathrm{ND})}{\alpha'_e(\mathrm{NH})} = \frac{\omega'_e x'_e(\mathrm{ND})\,B'_e(\mathrm{ND})}{\omega'_e(\mathrm{ND})}\;\frac{\omega'_e(\mathrm{NH})}{\omega'_e x'_e(\mathrm{NH})\,B'_e(\mathrm{NH})} \tag{16}$$

et pour l'état $^1\Delta$

$$\frac{\alpha''_e(\mathrm{ND})}{\alpha''_e(\mathrm{NH})} = \frac{\omega''_e x''_e(\mathrm{ND})\,B''_e(\mathrm{ND})}{\omega''_e(\mathrm{ND})}\;\frac{\omega''_e(\mathrm{NH})}{\omega''_e x''_e(\mathrm{NH})\,B''_e(\mathrm{NH})} \tag{17}$$

TABLEAU VII.

	$\frac{\alpha_e(\mathrm{ND})}{\alpha_e(\mathrm{NH})}$. $^1\Pi$.	$\frac{\alpha_e(\mathrm{ND})}{\alpha_e(\mathrm{NH})}$. $^1\Delta$.
(1)...............	0,39	0,39
(2)...............	0,37 ± 0,02	0,36 ± 0,04
(3)...............	0,37	1,4
(4)...............	0,39	0,39

Dans le tableau VII, nous avons groupé, pour les états $^1\Pi$ et $^1\Delta$, les valeurs de $\frac{\alpha_e(\mathrm{ND})}{\alpha_e(\mathrm{NH})}$ obtenu : (1) par substitution dans les équations (16) et (17) des valeurs des constantes de rotation déjà calculées et celles des constantes de vibration (ω_e, $\omega_e x_e$) que nous allons calculer par la suite; (2) expérimentalement dans notre travail; (3) en employant les valeurs de α_e (NH) trouvées par Nakamura et Shidei et les valeurs de α_e (ND) qui résultent du présent travail; (4) par l'emploi d'un théorie simple des relations isotopiques de rotation que nous allons discuter par la suite.

Il est donc probable que, pour ND comme pour NH, le rapport $\frac{\alpha'_e}{\alpha''_e}$ doit être de l'ordre de 2 et que la valeur 8 calculée d'après les données de Nakamura et Shidei est trop grande. D'autre part,

il est évident, d'après le tableau VII que la valeur de $\frac{\alpha''_e(\mathrm{ND})}{\alpha''_e(\mathrm{NH})}$ obtenue à partir des données de ces auteurs est également trop grande, notre valeur concorde mieux avec les valeurs théoriques. Il paraît donc raisonnable de conclure que les valeurs de B''_1 et α''_e que nous avons obtenues sont plus correctes que celles de Nakamura et Shidei.

6. **Relations isotopiques de rotation.** — D'après l'équation (2)

$$B_e \sim \frac{1}{\mu}.$$

Si r_e reste inchangé, comme l'indiquent nos résultats, quand on passe de la molécule NH à son isotope ND, nous pouvons écrire le rapport

$$\frac{B_e(\mathrm{ND})}{B_e(\mathrm{NH})} = \frac{\mu(\mathrm{NH})}{\mu(\mathrm{ND})}. \tag{18}$$

D'autre part, $D_e = \frac{4B_e^3}{\omega_e^2}$, où ω_e est en première approximation proportionnel à $\mu^{-\frac{1}{2}}$ (*voir* plus loin) Dans ces conditions,

$$D_e \sim \mu^{-2}$$

et l'on a

$$\frac{D_e(\mathrm{ND})}{D_e(\mathrm{NH})} = \left[\frac{\mu(\mathrm{NH})}{\mu(\mathrm{ND})}\right]^2. \tag{19}$$

Enfin, la relation de Birge [9] traduit l'influence de la vibration sur la constante B.

Elle implique

$$\frac{\alpha_e(\mathrm{ND})}{\alpha_e(\mathrm{NH})} = \left[\frac{\mu(\mathrm{NH})}{\mu(\mathrm{ND})}\right]^{\frac{3}{2}}. \tag{20}$$

Le tableau VIII montre que les relations (18), (19) et (20) sont vérifiées par nos données à la limite des erreurs près.

TABLEAU VIII.

	État.	
	$^1\Pi$.	$^1\Delta$.
$\frac{B_e(\mathrm{ND})}{B_e(\mathrm{NH})}$	0,531 ± 0,03	0,534 ± 0,03
$\frac{\mu(\mathrm{NH})}{\mu(\mathrm{ND})}$	0,534	0,534
$\frac{D_e(\mathrm{ND})}{D_e(\mathrm{NH})}$	0,30	0,27
$\left[\frac{\mu(\mathrm{NH})}{\mu(\mathrm{ND})}\right]^2$	0,285	0,285
$\frac{\alpha_e(\mathrm{ND})}{\alpha_e(\mathrm{NH})}$	0,37 ± 0,02	0,36 ± 0,04
$\left[\frac{\mu(\mathrm{NH})}{\mu(\mathrm{ND})}\right]^{\frac{3}{2}}$	0,39	0,39

7. **Analyse de vibration.** — Si l'on ne tient pas compte de la rotation, l'énergie $\nu(v', v'')$ d'une transition entre deux niveaux électroniques d'une molécule est donnée par la relation

$$\nu(v'v'') = \nu_e + \omega'_e\left(v' + \frac{1}{2}\right) - \omega'_e x'_e\left(v' + \frac{1}{2}\right)^2 - \left[\omega''_e\left(v'' + \frac{1}{2}\right) - \omega''_e x''_e\left(v'' + \frac{1}{2}\right)^2\right], \tag{21}$$

où ν_e est l'énergie électronique (mesurée en cm^{-1}); $(\omega'_e\, \omega''_e)$ sont des fréquences fondamentales de vibration des états électroniques supérieur et inférieur respectivement; $(\omega'_e x'_e;\ \omega''_e x''_e)$ sont les constantes d'anharmonicité; (v', v'') sont les valeurs des nombres quantiques qui caractérisent l'état de vibration aux deux niveaux électroniques.

Pour faire une détermination précise des deux constantes de vibration d'un état électronique, il faut connaître au moins trois niveaux de vibration de cet état. Toutefois, dans le cas où l'on connaît deux niveaux pour les molécules isotopiques, la connaissance du rapport des masses permet d'établir une équation supplémentaire. Donnons quelques précisions sur cette méthode dite « méthode de déplacement isotopique » introduite par Porter [10]. On sait que la valeur de la force de rappel k_e est donnée par la relation

$$k_e = 4\pi^2\mu c^2\omega_e^2.$$

La force de rappel étant la même dans des molécules isotopiques, on peut en déduire que ω_e est proportionnel à $\frac{1}{\sqrt{\mu}}$. D'autre part, d'après le formules de Dunham [11], pour un oscillateur anharmonique, $\omega_e x_e$ est proportionnel à $\frac{1}{\mu}$.

On peut donc écrire les rapports isotopiques suivants pour les deux molécules NH et ND :

$$\frac{\omega_e(\mathrm{ND})}{\omega_e(\mathrm{NH})} = \rho, \tag{22}$$

$$\frac{\omega_e x_e(\mathrm{ND})}{\omega_e x_e(\mathrm{NH})} = \rho^2, \tag{23}$$

où

$$\rho^2 = \frac{\mu(\mathrm{NH})}{\mu(\mathrm{ND})} = 0{,}5339 \quad \text{et} \quad \rho = 0{,}7307.$$

Les fréquences des bandes de vibration de ND peuvent donc s'écrire à l'aide des constantes de vibration de NH et des coefficients isotopiques ρ et ρ^2. On peut mettre (21) sous la forme suivante :

Pour ND :

$$\nu(v'v'') = \nu_e(\mathrm{ND}) + \rho\omega'_e\left(v' + \frac{1}{2}\right) - \rho^2\omega'_e x'_e\left(v' + \frac{1}{2}\right)^2 - \rho\omega''_e\left(v'' + \frac{1}{2}\right) + \rho^2\omega''_e x''_e\left(v'' + \frac{1}{2}\right)^2; \tag{24}$$

Pour NH :

$$\nu(v'v'') = \nu_e(\mathrm{NH}) + \omega'_e\left(v' + \frac{1}{2}\right) - \omega'_e x'_e\left(v' + \frac{1}{2}\right)^2 - \omega''_e\left(v'' + \frac{1}{2}\right) + \omega''_e x''_e\left(v'' + \frac{1}{2}\right)^2; \tag{25}$$

Ce qui permet d'établir les équations pour les deux niveaux $^1\Pi$ et $^1\Delta$ (²)

$$^1\Pi \begin{cases} \omega'_e - 2\omega'_e x'_e = \nu_{(1,0)}(NH) - \nu_{(0,0)}(NH) = 2\,121{,}5\,\text{cm}^{-1}, \\ \omega'_e \rho - 2\omega''_e x'_e \rho^2 = \nu_{(1,0)}(ND) - \nu_{(0,0)}(ND) = 1\,625\ \ \text{cm}^{-1}; \end{cases}$$

$$^1\Delta \begin{cases} \omega''_e - 2\omega'_e x''_e = \nu_{(0,0)}(NH) - \nu_{(0,1)}(NH) = 3\,187{,}5\,\text{cm}^{-1}, \\ \omega''_e \rho - 2\omega''_e x''_e \rho^2 = \nu_{(0,0)}(ND) - \nu_{(0,1)}(ND) = 2\,354\ \ \text{cm}^{-1}. \end{cases}$$

On en tire les valeurs des constantes de vibration des différents états pour ND et NH qui sont données dans le tableau IX.

TABLEAU (IX).

	État $^1\Pi$.		État $^1\Delta$.	
	ω'_e (cm⁻¹).	$\omega'_e x'_e$ (cm⁻¹).	ω''_e (cm⁻¹).	$\omega''_e x''_e$ (cm⁻¹).
NH.......	2 502	190	3 314	63
ND.......	1 828	101	2 421	34

L'erreur probable sur ces valeurs, due à l'imprécision des mesures des fréquences est égale à 5 cm⁻¹.

Comme nous n'avons observé que deux bandes pour chaque molécule, nous n'avons pas pu vérifier l'exactitude de ces conclusions. Il faut remarquer, d'ailleurs, que les relations isotopiques que nous avons employées dans le calcul des constantes de vibration ne sont correctes qu'en première approximation. En deuxième approximation, les relations (22) et (23) doivent être modifiées par l'introduction de termes supplémentaires traduisant l'écart entre la dynamique réelle de la molécule et le modèle de l'oscillateur anharmonique employé [9]. Ces termes contiennent aussi la masse réduite.

Cependant, nous nous sommes arrêtés à la première approximation pour les raisons suivantes :

1° Dans le cas de rotation, les relations isoto piques simples ont été vérifiées avec une bonne approximation. On peut en conclure qu'elles sont probablement correctes à la même approximation pour les vibrations;

TABLEAU X.

Relations isotopiques de vibration des hydrures et deutérures.

(Écart entre la valeur expérimentale ρ^* et la valeur théorique ρ.)

MH.	État électronique.	ω_e (MH cm⁻¹).	ω_e (MD cm⁻¹).	$\frac{\omega_e(MD)}{\omega_e(MH)} = \rho^*$.	$\rho = \sqrt{\frac{\mu(MH)}{\mu(MD)}}$.	$\frac{\rho^* - \rho}{\rho^*} \cdot 10^3$.
H_2	$X\,^1\Sigma_g^+$	4 395,24	3 817,09	0,86846	0,86613	+ 2,7
	$B\,^1\Sigma_u^+$	1 356,90	1 179,22	0,86905		+ 3,3
	$E\,^1\Sigma_g^+$	2 588,9	2 204,4	0,85148		−17,2
	$I\,^1\Pi_g$	2 265,2	1 962,1	0,86619		+ 0,1
	$\alpha\,^3\Sigma_g^+$	2 664,83	2 308,44	0,86626		+ 0,2
	$\alpha\,^3\Pi_u$	2 371,58	2 054,59	0,86634		+ 0,2
LiH	$X\,^1\Sigma^+$	1 405,65	1 055,12	0,75063	0,75042	+ 0,3
	$A\,^1\Sigma^+$	234,41	180,71	0,77092		+26,6
BeH^+	$X\,^1\Sigma^+$	2 221,7	1 647,64	0,74161	0,74204	− 0,6
	$A\,^1\Sigma^+$	1 476,1	1 096,41	0,74277		+ 1,0
OH	$X\,^2\Pi_i$	3 735,21	2 720,9	0,72845	0,72802	+ 0,6
	$A\,^2\Sigma^+$	3 180,56	2 319,9	0,72940		+ 1,9
FH	$X\,^1\Sigma^+$	4 138,52	2 998,25	0,72447	0,72495	− 0,7
MgH	$X\,^2\Sigma^+$	1 495,7	1 077,76	0,72057	0,72148	− 1,2
MgH^+	$X\,^1\Sigma^+$	1 695,3	1 226,6	0,72353		+ 2,8
	$A\,^1\Sigma^+$	1 132,7	817,5	0,72185		+ 0,5
AlH	$X\,^1\Sigma^+$	1 682,57	1 211,95	0,72030	0,71998	+ 0,4
KH	$X\,^1\Sigma^+$	985,0	705,95	0,71670	0,71622	+ 0,7
CuH	$X\,^1\Sigma^+$	1 940,4	1 384,38	0,71345	0,71292	+ 0,7
	$A\,^1\Sigma^+$	1 698,4	1 213,16	0,71430		+ 1,9
CdH^+	$X\,^1\Sigma^+$	1 775,4	1 262,5	0,71111	0,71051	+ 0,8
	$A\,^1\Sigma^+$	1 252	887,2	0,70860		− 2,7
AuH	$X\,^1\Sigma^+$	2 305,01	1 634,98	0,70932	0,70917	+ 0,2
HgH^+	$X\,^1\Sigma^+$	2 033,87	1 442,15	0,70907	0,70914	− 0,1
	$A\,^1\Sigma^+$	1 621,0	1 150,3	0,70962		+ 0,7
BiH	$X(0^+)$	1 698,9	1 205,5	0,70958	0,70907	+ 0,7

(²) Le déplacement isotopique électronique est négligeable, donc $\nu_e(ND) = \nu_e(NH)$.

2° Le tableau X donne les rapports de constantes ω_e pour un grand nombre d'hydrures MH et de deutérures MD, soit $\frac{\omega_e(\mathrm{MD})}{\omega_e(\mathrm{MH})}$ et les rapports théoriques simples c'est-à-dire $\left(\frac{\mu(\mathrm{MH})}{\mu(\mathrm{MD})}\right)^{\frac{1}{2}}$. Ces données ont été tirées des tables de Johnson [12] et de Herzberg [9].

Nous constatons que l'écart entre les valeurs des rapports expérimentaux $\frac{\omega_e(\mathrm{MD})}{\omega_e(\mathrm{MH})}$ et théoriques $\left(\frac{\mu(\mathrm{MH})}{\mu(\mathrm{MD})}\right)^{\frac{1}{2}}$ n'est important que pour les hydrures légers (H_2, HD, D_2) (LiH, LiD) où il peut atteindre 3 pour 100. En passant aux hydrures plus lourds, cet écart tombe rapidement à une valeur de l'ordre de 1 pour 1000.

Nous pouvons considérer qu'il sera également de l'ordre de 1 pour 1000 pour NH et ND. L'erreur commise en s'arrêtant à la première approximation sera donc du même ordre de grandeur que l'erreur expérimentale due à la faible dispersion de notre spectrographe.

Nous pensons qu'en négligeant les termes supplémentaires de deuxième approximation, nous introduisons une erreur probable de $\pm$ 10 cm^{-1} pour ω_e et de $\pm$ 5 cm^{-1} pour $\omega_e x_e$. Ces erreurs s'ajoutent aux erreurs des mesures.

Les erreurs probables sont donc au total : pour ω_e, de l'ordre de $\pm$ 15 cm^{-1}; pour $\omega_e x_e$, de l'ordre de $\pm$ 10 cm^{-1}.

8. **Position relative des niveaux singulets et triplets pour NH.**

— Comme nous l'avons déjà indiqué, la position relative des niveaux singulets et triplets n'est pas connue (*fig.* 1).

D'après Herzberg [9], la séparation des états provenant de la même configuration électronique est de l'ordre de 1 eV. Les états $^3\Sigma^-$ et $^1\Delta$ rentrent dans ce cas.

D'autre part, quand la distance internucléaire r augmente indéfiniment, l'état moléculaire $^1\Delta$ se dissocie en N(^2S) + H(^2S), tandis que l'état fondamental $^3\Sigma^-$ se dissocie en N (^4S) et H (^2S).

On sait, d'après les données sur les états électroniques de l'azote [13] que la séparation entre les deux états ^2D et ^4S de l'azote est égale à 19 202 cm^{-1}, soit 2,4 eV.

Nous pouvons, à l'aide de la méthode d'extrapolation linéaire de Birge-Sponer [13], faire une estimation de l'énergie de dissociation D_e des états $^1\Delta$ et $^3\Sigma^-$ de NH en connaissant les constantes de vibration ω_e et $\omega_e x_e$ de ces états

$$D_e = \frac{\omega_e^2}{4\,\omega_e x_e}. \qquad (26)$$

Cette relation donne rarement la valeur réelle de l'énergie de dissociation, parce que la courbe de potentiel ne correspond pas exactement à celle d'un oscillateur anharmonique.

Dans beaucoup de cas, la valeur de D_e obtenue ainsi par extrapolation linéaire est 10 à 20 pour 100 plus grande que la valeur réelle.

Avec nos résultats pour ω_e et $\omega_e x_e$ (tableau IX), nous pouvons évaluer D_e pour l'état $^1\Delta$ de NH

$$D_e(^1\Delta) = 43\,580 \text{ cm}^{-1}.$$

Pannetier et Gaydon [14] ont calculé D_e pour l'état $^3\Sigma^-$ de NH en utilisant la même relation et leurs valeurs expérimentales

$$\omega_e = 3\,266 \text{ cm}^{-1},$$
$$\omega_e x_e = 78{,}5 \text{ cm}^{-1}.$$

Ils ont trouvé

$$D_e(^3\Sigma^-) = 33\,970 \text{ cm}^{-1}.$$

C'est la seule valeur expérimentale connue pour l'énergie de dissociation du radical NH à l'état fondamental. Ces deux énergies de dissociation sont du même ordre de grandeur. On peut penser que les écarts entre ces valeurs obtenues par extrapolation et les valeurs réelles seront aussi du même ordre dans les deux états.

Dans ce cas, la séparation des niveaux $^1\Delta$ et $^3\Sigma^-$ peut être obtenue par la relation (cf. *fig.* 1)

$$[^1\Delta - {}^3\Sigma^-] = D_e(^3\Sigma^-) + [\mathrm{N}(D^2) - \mathrm{N}(^4S)] - D_e(^1\Delta).$$

On trouve ainsi

$$[^1\Delta - {}^3\Sigma^-] = 9\,591 \text{ cm}^{-1} = 1{,}2 \text{ eV}.$$

Étant données les imprécisions sur les valeurs de ω_e et $\omega_e x_e$ et celles dues à l'extrapolation linéaire, cette valeur de 1,2 eV n'est que très approximative.

Néanmoins, l'ordre de grandeur paraît très raisonnable et concorde bien avec la prévision de Herzberg.

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Chimie Physique de la Faculté des Sciences de Paris, sous la direction de M. le Professeur E. Bauer et de M. M. Magat, maître de Recherches au C. N. R. S.

Nous tenons à les remercier ici pour l'intérêt bienveillant qu'ils ont porté à notre travail et nous sommes particulièrement reconnaissants des conseils précieux qu'ils n'ont cessé de nous donner au cours de nos recherches.

Manuscrit reçu le 16 février 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] SCHULER H. — *Spectrochimica Acta*, 1950, **4**, 85.
[2] LEACH S. — *Trans. Faraday Soc.*, 1950, Discussion n° **9**, 81.
[3] CHAUVIN H. — Diplôme d'Études supérieures, Paris, 1950.
[4] CHAUVIN H. et LEACH S. — *C. R. Acad. Sc.*, 1950, **231**, 1482.
[5] PEARSE R. W. B. — *Proc. Roy. Soc. London*, 1933, A **143**, 112.
[6] DIEKE G. H. et BLUE L. W. — *Phys. Rev.*, 1934, **45**, 395.
[7] NAKAMURA G. et SHIDEI T. — *Jap. J. Phys.*, 1935, **10**, 5.
[8] FLORENT R. — Diplôme d'Études supérieures, Paris. 1951.
[9] HERZBERG G. — *Molecular Spectra and Molecular Structure I. Spectra of Diatomic Molecules*, 2e édition, Van Nostrand, New-York, 1950.
[10] PORTER G. — *Trans. Faraday Soc.*, 1950, Discussion n° **9**, 67.
[11] DUNHAM J. L. — *Phys. Rev.*, 1932, **41**, 721.
[12] JOHNSON R. C. — *An introduction to Molecular Spectra*, Methuen, London, 1949.
[13] GAYDON A. G. — *Dissociation Energies*, Chapman and Hall, London, 1947.
[14] PANNETIER G. et GAYDON A. G. — *J. Chim. Phys.*, 1951, **48**, 221.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 13, JUILLET-AOUT-SEPTEMBRE 1952, PAGE 385.

SUR L'INTERPRÉTATION PHYSIQUE DES THÉORIES QUANTIQUES

Par JEAN-LOUIS DESTOUCHES.
Institut Henri Poincaré, Paris.

Sommaire. — En s'appuyant sur un théorème établi précédemment (1), l'interprétation prévisionnelle et l'interprétation réaliste de la mécanique ondulatoire sont discutées : si l'on considère un système microphysique S, celui-ci ne peut être décrit d'une façon objective ou déterministe ; si l'on envisage seulement les couples (S/α) d'un système S engagé dans une opération de mesure au moyen d'un appareil α, une description déterministe et objectiviste peut être fournie faisant intervenir des paramètres cachés inaccessibles à l'expérience. Si l'observateur décide de ne faire aucune mesure, il est dans une situation analogue, mais qui a des répercussions physiques; cette fois, le système S doit être décrit dans l'univers pris dans son ensemble, c'est-à-dire dans une théorie unitaire. Ceci conduit à une complémentarité entre description objective dans l'univers, et description prévisionnelle tenant compte des actions de mesure des observateurs, et fournit une interprétation nouvelle des résultats obtenus par M. Vigier. Une ébauche d'unification des théories unitaires et des théories quantiques sur cette base est proposée.

A. Interprétation prévisionnelle et interprétation réaliste.

1. Prévision et indéterminisme. — Un phénomène physique microscopique est un phénomène qui, même en droit, ne peut être observé directement par les organes sensoriels de l'observateur. Un système microphysique ne peut, en droit, être observé qu'indirectement au moyen de certains systèmes macroscopiques doués de propriétés particulières et qui sont les appareils de mesure [1].

Du fait que le rôle de l'appareil de mesure est inéliminable en droit, il y a des grandeurs non simultanément mesurables, et si l'on cherche, à partir du résultat de mesures initiales, à faire des prévisions concernant des résultats de mesures ultérieures, ces prévisions ne peuvent jamais être toutes précises, il y aura toujours des prévisions incertaines qui s'exprimeront par des probabilités.

(1) *J. Physique Rad.*, 1952, **13**.

Ces probabilités ne dépendent que des connaissances de l'observateur, c'est-à-dire des résultats des mesures initiales; elles sont toutes *simultanément* valables à chaque instant; qu'on les calcule pour des mesures compatibles ou non, que l'on effectuera ou non.

Comme l'a prouvé M. von Neumann [2], il est impossible de fournir une description impliquant un déterminisme caché de l'évolution d'un système microscopique observable S. La démonstration de M. von Neumann concerne des statistiques sur une assemblée de systèmes.

M. L. de Broglie [3] a réfuté le théorème d'indéterminisme essentiel de von Neumann en indiquant qu'il supposait pour sa démonstration que les statistiques avaient été obtenues; or, pour des grandeurs non simultanément mesurables, on ne peut avoir à la fois les deux statistiques, ce qui ôte son efficacité au théorème et, par suite, permet une interprétation avec déterminisme caché. Cette réfutation est liée à l'interprétation objective des probabilités selon

la conception des collectifs. Par contre, selon la conception dite subjective, on envisage les probabilités calculées à partir des fonctions d'ondes comme évaluant des prévisions, c'est-à-dire les chances que l'observateur attache à l'obtention d'un résultat *s'il effectue la mesure*; on suppose que les évaluations de probabilités sont adéquates, c'est-à-dire cohérentes (il est impossible de parier à coup sûr contre ces évaluations), et adéquates à l'expérience (la probabilité de l'écart entre la fréquence et la probabilité tend vers zéro avec le nombre N de cas observés); dans cette conception subjective, l'argument précédent cesse de s'appliquer; les probabilités pour des grandeurs incomposables peuvent être évaluées, que l'on effectue ou non la mesure de l'une des grandeurs, et il est impossible à partir de l'hypothèse du déterminisme caché, de calculer d'une manière cohérente des probabilités fournissant les mêmes valeurs que celles qui sont évaluées à partir des fonctions d'ondes, cela en vertu de la démonstration de M. von Neumann.

On obtient d'ailleurs la même conclusion à partir de la démonstration de P. Destouches-Février [4], démonstration fondée uniquement sur l'évaluation de prévisions. On ne peut esquiver les théorèmes sur l'indéterminisme essentiel.

Ainsi, lorsque l'on considère uniquement les possibilités qui s'offrent à un observateur concernant les mesures ou les prévisions sur un système, on constate que l'observateur a toujours la faculté de calculer des prévisions, c'est-à-dire d'évaluer ses chances d'obtenir tel ou tel résultat si, à telle époque, il effectue une mesure, et de calculer ces prévisions même pour des grandeurs non simultanément mesurables (il peut toujours choisir, après le calcul de la prévision, quelle mesure il effectuera de préférence à telle autre). Si l'on se place à ce point de vue, le caractère essentiellement indéterministe des théories quantiques consiste dans l'impossibilité de construire un schéma à déterminisme caché, c'est-à-dire un schéma ponctuel dans un certain espace d'extension en phase, qui fournisse pour les prévisions les mêmes probabilités que le schéma indéterministe. Qu'on examine ce résultat du point de vue physique comme l'ont fait MM. Bohr et Heisenberg, ou d'un point de vue formel comme M. von Neumann ou P. Destouches-Février, ces résultats sont acquis et ne peuvent être remis en question. Mais ils concernent le cas des diverses éventualités de mesures et de prévisions qui se présentent lorsqu'un observateur étudie un système S au moyen de différents appareils $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{a}'$, $\mathfrak{a}''$, ... Dans ce cas, on n'étudie pas le système S comme déjà engagé dans un certain processus de mesure, mais seulement les conséquences qui résultent pour ce système des diverses possibilités de mesure et de prévision qui le concernent.

2. Mesure et déterminisme. — Si, au contraire, on envisage le système S quand il ne s'agit plus seulement de possibilités, mais des processus qui ont été effectivement décidés relativement à son étude (mesure, abstention de mesure), il est nécessaire de tenir compte, non plus seulement des résultats des mesures ou des prévisions, mais des opérations de mesure elles-mêmes que l'on doit analyser, tandis que dans le point de vue précédent elles étaient prises en bloc. Plusieurs aspects se distinguent alors : on peut, d'une part, considérer le système observé S et l'appareil de mesure $\mathfrak{a}$ comme formant un système microscopique $(S + \mathfrak{a}_A)$ qui, à son tour, pourra être observé au moyen d'appareils de mesure $\mathfrak{a}'$, $\mathfrak{a}''$, ... dont certaines paires correspondent à des grandeurs non simultanément mesurables. Ce système $(S + \mathfrak{a}_A)$ sera alors décrit par une certaine fonction d'onde Ψ, le fait que $\mathfrak{a}$ est un appareil n'intervient pas et $(S + \mathfrak{a}_A)$ est un système observable auquel s'applique tout ce que nous avons dit ci-dessus du système S.

Mais on peut envisager le système S soumis à une mesure au moyen d'un appareil $\mathfrak{a}_A$ comme un certain couple $(S/\mathfrak{a}_A)$ dans lequel le fait que $\mathfrak{a}_A$ est un appareil de mesure joue un rôle essentiel. Effectuer une mesure, c'est utiliser un dispositif expérimental convenable. Par l'idée de *subjectivité* on exprime la prise en considération dans la théorie du fait qu'un observateur est libre de choisir la grandeur A qu'il veut mesurer, et s'il la mesurera ou non. Mais, *une fois l'appareil $\mathfrak{a}_A$ choisi et la mesure commencée, l'observateur ne dispose plus d'aucun arbitraire concernant la suite du processus expérimental engagé.* Le système étudié devient l'ensemble $(S/\mathfrak{a}_A)$ de S couplé avec l'appareil macroscopique $\mathfrak{a}_A$ sur lequel l'observateur décide de lire directement le résultat, et non de faire d'autres observations au moyen d'appareils $\mathfrak{a}'$, $\mathfrak{a}''$, ... (éventuellement inutilisables simultanément). Ainsi $(S/\mathfrak{a}_A)$ ne peut présenter à la lecture que le résultat de la mesure d'une seule grandeur A, celle qui est définie par $\mathfrak{a}_A$; il en résulte qu'à cause de la décision de l'observateur, $(S/\mathfrak{a}_A)$ ne présente pas de grandeurs incomposables, et, en vertu d'un théorème établi dans un article précédent (²), peut être décrit d'une manière totalement objectiviste, (il n'est pas prouvé que cette description objectiviste soit unique).

Si l'observateur avait choisi un autre appareil $\mathfrak{a}_B$ (inutilisable simultanément avec $\mathfrak{a}_A$), il aurait eu à considérer le couple $(S/\mathfrak{a}_B)$ différent de $(S/\mathfrak{a}_A)$, admettant lui aussi une description objectiviste, mais qui est celle d'un objet autre que $(S/\mathfrak{a}_A)$. Ni incompatibilité ni contradiction ne peuvent s'introduire entre ces descriptions de deux objets non réalisables simultanément. D'après un théorème énoncé plus haut, on peut donner du couple $(S/\mathfrak{a}_B)$ une description objectiviste exactement

(²) *J. Physique Rad.*, 1952, **13**.

du même type que celle du couple (S/α_A), cela pour n'importe quelle grandeur B, c'est-à-dire que l'on décrira le couple (S/α_A) ou le couple (S/α_B) par un schéma ponctuel dans le même espace d'extension en phase; mais les opérateurs d'évolution sont différents dans les deux cas, puisqu'il s'agit d'objets différents; le type de la loi formelle d'évolution est le même quel que soit l'appareil.

Il semblerait à première vue que ceci est en contradiction avec les résultats indiqués au paragraphe précédent concernant les lois d'évolution d'un système physique S. Mais la différence entre les deux points de vue est entièrement fondée si l'on songe au rôle joué par l'intention de l'observateur, qui peut, soit envisager directement le système observable S seul, sur lequel il fait des mesures et calcule des prévisions (et dans ce cas ce système n'admet pas une description objectiviste); alors s'il interprète de la même façon les systèmes $(S + \alpha_A)$, $(S + \alpha_B)$, ... comme des systèmes observables, ils n'admettent pas non plus de description objectiviste, présentant des grandeurs non simultanément mesurables, et satisfont aux critères d'indéterminisme essentiel de von Neumann et de P. Destouches-Février; soit interpréter l'ensemble (S, α_A) comme le couple formé par un système S soumis à l'observation au moyen de l'appareil α_A; alors pour (S/α_A), seule la grandeur A est prise en considération, il ne peut y avoir de grandeurs incompatibles et une description objectiviste est possible.

3. Signification physique d'une description objectiviste. — On peut se demander dans quelle mesure la description objectiviste que l'on peut établir une fois le processus de mesure ou de non mesure engagé possède une signification physique. Le fait que la possibilité de cette description est liée à l'intention par laquelle l'observateur envisage le système α comme un appareil ne suffit pas pour lui refuser une signification physique, quoiqu'il soit à retenir.

Un argument beaucoup plus important est fourni par le fait qu'une telle description implique une grandeur d'état cachée; or, d'après un théorème de P. Destouches-Février [7], il ne peut s'agir d'une grandeur ignorée qu'un affinement ultérieur de la technique expérimentale ou de la théorie permettrait d'atteindre expérimentalement; mais il s'agit d'une grandeur qui est, en droit, inaccessible à la mesure et ne peut avoir aucun rapport avec des expériences. En effet, si l'on voulait tenter une observation de telles grandeurs cachées, il faudrait utiliser d'autres appareils, α' par exemple, et alors ce ne serait plus au couple (S/α) que l'on aurait affaire, mais au système $(S + \alpha)$, système observable qui, comme tel, n'admet pas de description objectiviste et obéit à des lois indéterministes. Ainsi les grandeurs cachées auxquelles fait appel la description objectiviste de S sont inaccessibles à l'expérience, et l'on peut les qualifier de métaphysiques.

Le reproche fait ici à ces grandeurs d'être inaccessibles à l'expérience pourrait être envisagé par certains comme sans valeur, si l'on songe à l'exemple des grandeurs moléculaires et atomiques, considérées par les énergétistes de la fin du siècle dernier comme métaphysiques et inaccessibles à l'expérience. Il y a cependant une grande différence. En effet, admettre la réalité des molécules, confère aux grandeurs atomiques et moléculaires une existence complètement objective, c'est-à-dire indépendante des actions et des intentions des observateurs; or, ce n'est plus le cas ici, puisque c'est l'intention par laquelle l'observateur considère (S, α) comme le système en observation (S/α), qui permet de construire une description objective de S. On voit ainsi que l'appel à des grandeurs cachées constitue une réelle objection contre la signification physique de cette description objective.

A ceci on pourrait évidemment répliquer qu'un système microscopique ne prend un sens physique que lorsqu'il est soumis à des conditions d'observation, que c'est seulement par abstraction que l'on peut parler d'un système microscopique S seul, qu'une observation le place toujours dans certaines circonstances, le met dans la situation (S/α_A), par exemple; qu'à ce moment-là, comme l'observateur a fixé son choix et ne peut plus intervenir dans la suite du processus engagé, l'objectivité se manifeste et qu'alors la description objective doit être considérée comme réalité physique.

On voit, par cette suite d'arguments, que c'est seulement une attitude philosophique réaliste qui vient conférer une signification physique à cette description. Celle-ci, au contraire, sera regardée comme purement formelle et dénuée de signification par celui pour qui *signification physique* a le sens de *mise en connexion avec l'expérience.* Pour celui-là des grandeurs inaccessibles invoquées pour compléter la description fournie par celles qu'on a mesurées, et qui restent sans connexion avec l'expérience à laquelle il se livre, ne peuvent constituer une réalité physique, et restent métaphysiques.

C'est une réflexion du même genre que fait Heisenberg lorsqu'il écrit : « Ob man der genannten Rechnung über die Vergangenheit des Elektrons irgendeine physikalische Relalität zuordnen soll, ist also eine reine Geschmacksfrage » [5].

Nous avons vu, d'après un résultat de P. Destouches-Février (3), que si l'on adopte une telle description objectiviste, la forme de la loi d'interaction entre le système S et l'appareil α est nécessairement différente de celle de la loi d'interaction des parties de S entre elles; autrement dit, si l'on considère le système observable $(S + \alpha_A)$, on a certaines lois d'interaction entre S et α_A, et si l'on

(3) *J. Physique Rad.*, 1952 **13**, p. 215.

considère le couple $(S/\mathfrak{a}_A)$ de l'appareil en observation, et qu'on le décrive de la manière objectiviste, il apparaît entre S et $\mathfrak{a}_A$ des interactions de forme différente, et propres au fait que $\mathfrak{a}_A$ est un appareil. Ainsi, quand on regarde l'ensemble $(S, \mathfrak{a}_A)$ comme un système observable $(S + \mathfrak{a}_A)$, il obéit à certaines lois d'interaction; si on le regarde comme un couple $(S/\mathfrak{a}_A)$, ou système en observation, il obéit à d'autres lois d'interaction. Dans une description objectiviste, ceci n'est pas acceptable, car il ne peut en être ainsi en ce qui concerne une réalité objective, c'est-à-dire indépendante des intentions de l'observateur. De ce point de vue, il est inadmissible que ce soient ces intentions qui viennent fixer les lois d'interaction. Cet argument vient donc s'opposer à l'idée d'une signification physique de la description objectiviste.

Aux arguments précédents on doit ajouter celui de W. Pauli [8] selon lequel, pour que la description objectiviste ait une signification physique, il faudrait que la répartition statistique initiale d'une assemblée de systèmes puisse être librement choisie, alors qu'on est conduit pour l'adéquation à ajouter un postulat supplémentaire venant fixer que cette répartition initiale est celle fournie par la mécanique ondulatoire, postulat entièrement étranger à une théorie déterministe. De là découle le caractère fictif de la description déterministe.

4. **Forme de la description objectiviste.** — La discussion précédente, concernant l'existence d'une description objectiviste sous une forme générale quelconque, montre dans quels cas une telle description peut être construite et quelle est sa portée. Ce problème est plus important que celui de la forme précise et détaillée de cette description.

Celle-ci doit fournir pour les résultats de la mesure de la grandeur A les mêmes prévisions que la description prévisionnelle, ce qui impose qu'elle obéisse à l'équation d'onde ou à une généralisation de cette équation. D'autre part, un corpuscule, étant considéré comme insécable, peut, du point de vue géométrique, être représenté par un point, ce qui conduit alors à poser que la description objectiviste serait celle d'un essaim de points. On se trouve ainsi amené, par des considérations très générales, à enserrer d'assez près la conception de l'onde-pilote de L. de Broglie (1926-1927). Mais ces considérations générales ne suffisent pas pour établir que la description objectiviste a la forme de la solution de l'onde-pilote. Inversement, la réfutation de la théorie de l'onde-pilote ne viendrait pas nier l'existence d'une description objectiviste, puisque celle-ci s'établit sur des considérations plus générales.

Par contre, nous voyons que la conception de l'onde-pilote, en particulier celle de la double solution dans les cas particuliers où elle existe, satisfait à toutes les exigences que nous avons rencontrées au cours de cette discussion. En particulier, nous voyons bien apparaître la loi d'interaction spéciale entre S et $\mathfrak{a}_A$ sous la forme du potentiel quantique.

Mais l'essentiel de la discussion sur l'interprétation physique de la mécanique ondulatoire est indépendant de ce problème, c'est-à-dire indépendant de la forme particulière de cette description, dont l'existence peut être tenue pour acquise.

L'argument suivant peut enfin être opposé à la thèse qui attribue un sens physique à la représentation objectiviste. Selon cette thèse, la conception quantique serait incomplète, par ce que ne fournissant pas une description déterministe du mouvement des corpuscules; mais, en fait, ce sont les descriptions objectivistes qui sont incomplètes, puisqu'elles ne rendent pas compte des comportements des observateurs et de l'arbitraire dont ils disposent dans le choix et la conduite des opérations de mesure. Les descriptions objectivistes se présentent comme générales, mais ne le sont pas en fait, elles sont relatives à la situation singulière du système dans un certain appareil, il est donc impossible de généraliser le déterminisme qu'elles impliquent sans se trouver en contradiction avec les critères d'indéterminisme essentiel.

5. **Conclusion.** — Si l'on envisage des systèmes microphysiques S sur lesquels on veut calculer des prévisions, alors il est impossible de fournir de ces systèmes une description comportant un déterminisme caché.

Si, au contraire, on décide de ne considérer que des systèmes microphysiques engagés dans des processus de mesure, on a la possibilité d'imaginer des descriptions objectivistes avec déterminisme caché du couple appareil-système (descriptions non réfutables), mais ces descriptions sont fictives ou « métaphysiques », puisque sans connexion avec l'expérience.

B. **Quanta et cosmologie.**

1. **Prévisions pour un ensemble d'observateurs.** — La théorie générale des prévisions sur laquelle nous nous sommes appuyé plus haut concerne un seul observateur. Si nous considérons un ensemble d'observateurs, chacun peut pour son propre compte effectuer des mesures sur un système et calculer des prévisions concernant les résultats de ses mesures ultérieures. Mais, en outre, ces observateurs peuvent échanger des signaux; au moyen de visées dans des théodolites, un observateur Ob peut fixer les position angulaire d'un autre observateur Ob′; par des échanges de signaux, l'observateur Ob peut attribuer une distance à Ob′. Ainsi un observateur peut représenter les autres observateurs dans l'espace physique qu'il construit et dans son espace-temps. Par signaux, les observateurs peuvent, en outre, se communiquer les résultats de leurs mesures et de leurs prévisions. De cette façon,

le résultat d'une mesure effectuée par l'observateur Ob peut être pris comme connaissance initiale pour effectuer un calcul de prévisions concernant des résultats de mesures, soit qu'il effectuera ultérieurement, soit qu'un autre observateur effectuera à une certaine époque t' de son système. De cette façon, s'établit une physique collective concernant les mesures et les prévisions au moyen des échanges de signaux.

Pour préciser les lois de ces échanges et de ce calcul de prévisions généralisé, il faut admettre des postulats. Le principe de relativité est le plus important, car il vient déterminer la classe des observateurs pour lesquels les lois physiques (ou les lois de prévision) ont même forme.

Ces conditions générales ne suffisent pas à fixer que pour l'ensemble des observateurs, il existe un espace-temps commun avec une métrique déterminée : on trouve seulement une relation entre les espaces-temps construits par deux observateurs, qui résulte d'une transformation de contact, et la métrique de ces espaces-temps demeure largement indéterminée ; on obtient entre temps et distance T, R et T', R' pour deux observateurs Ob_A et Ob_B décrivant un troisième observateur aligné Ob_C

$$c\,\mathrm{d}T' + \mathrm{d}R' = \left[(\Omega_{BC}\,\Omega_{AC}^{-1})'\left(T + \frac{R}{c}\right)\right](c\,\mathrm{d}T + \mathrm{d}R),$$

$$c\,\mathrm{d}T' - \mathrm{d}R' = \left[(\Omega_{CB}^{-1}\,\Omega_{CA})'\left(T - \frac{R}{c}\right)\right](c\,\mathrm{d}T - \mathrm{d}R),$$

où Ω_{BC} et Ω_{CB} sont des opérateurs liés aux échanges de signaux entre Ob_A et Ob_C, de même pour Ω_{AC} et Ω_{CA}, et le signe $'$ désigne une dérivation

$$\mathrm{d}f = \mathrm{d}\Omega\,u = \Omega'\,u\,\mathrm{d}u.$$

On en tire la relation

$$\sqrt{\begin{matrix}\left[(\Omega_{BC}\,\Omega_{AC}^{-1})'\left(T + \frac{R}{c}\right)\right] \\ \times\left[(\Omega_{CB}^{-1}\,\Omega_{CA})'\left(T - \frac{R}{c}\right)\right]\end{matrix}}\,(c^2\,\mathrm{d}T^2 - \mathrm{d}R^2)$$

$$= \sqrt{\begin{matrix}\left[(\Omega_{AC}\,\Omega_{BC}^{-1})'\left(T' + \frac{R'}{c}\right)\right] \\ \times\left[(\Omega_{CA}^{-1}\,\Omega_{CB})'\left(T' - \frac{R'}{c}\right)\right]\end{matrix}}\,(c^2\,\mathrm{d}T'^2 - \mathrm{d}R'^2)$$

ou, en abrégé,

$$\mathrm{d}s^2 = F_{AB}\,\mathrm{d}s'^2.$$

En posant

$$\mathrm{d}s^2 = c^2\,\mathrm{d}T^2 - \mathrm{d}R^2, \qquad p_1 = c\,\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}s},$$

$$\mathrm{d}x_1 = c\,\mathrm{d}T, \qquad p_2 = \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}s}, \qquad \mathrm{d}x_2 = \mathrm{d}R,$$

et des relations semblables avec les variables primées, on voit que l'on a

$$p_1\,\mathrm{d}x_1 - p_2\,\mathrm{d}x_2 = \sqrt{F_{AB}}\,(p'_1\,\mathrm{d}x'_1 - p'_2\,\mathrm{d}x'_2),$$

ce qui exprime que la relation T_{AB} reliant les représentations spatio-temporelles de deux observateurs quelconques Ob_A, Ob_B est une transformation de contact.

Mais les métriques des espaces-temps de Ob_A et Ob_B restent largement indéterminées. En effet, fixer une métrique revient à fixer les lois de la dynamique en vertu de la liaison étroite qui existe entre métrique et principe de l'inertie.

2. **La complémentarité Univers-Système.** — Tant que l'observateur choisit de ne faire aucune mesure (abstention), l'évolution du système reste indépendante de lui. De ce fait, il peut construire un tableau du monde, c'est-à-dire élaborer une description dans un univers objectif. En effet, en choisissant de ne pas faire de mesure, l'observateur crée une situation analogue à celle qui résulte de la décision de faire une mesure. Qu'il décide de mesurer ou de s'abstenir, il renonce à l'arbitraire dont il disposait avant le choix et ainsi rend possible une description objectiviste.

Cette description sera nécessairement une théorie concernant l'univers dans son ensemble parce que, dans le cas d'abstention, l'observateur qui ne sait rien du mouvement du corpuscule est amené à le décrire dans l'univers. Et une théorie de l'univers dans son ensemble est une théorie objectiviste et déterministe. En description prévisionnelle, les connaissances relatives au corpuscule se trouvent tout entières décrites dans la forme de l'opérateur d'évolution, ou encore de l'opérateur hamiltonien s'il en existe un. Mais les considérations d'ordre purement prévisionnel, appliquées dans le cas d'abstention, ne suffisent pas à fixer quel doit être le Weltbild a adopter; elles imposent seulement de construire un tableau tel que l'on puisse y représenter des corpuscules microphysiques, mais ne dit pas lequel.

Pour pouvoir fournir les éléments qui permettent de déterminer le Weltbild, la description du corpuscule présent dans l'univers doit satisfaire, d'une part, aux mêmes conditions générales que dans le cas d'un processus de mesure engagé, d'autre part, à un réseau de relations assurant sa cohérence.

De cette manière, on peut décrire un corpuscule élémentaire dans un univers objectif selon une théorie unitaire de la relativité généralisée et de l'électromagnétisme. Mais dans cette description objective, le corpuscule devra obéir aux mêmes lois que dans la description prévisionnelle lorsqu'on ignore la fonction d'onde initiale. On peut construire des théories unitaires où le corpuscule est lié au champ qu'il crée, et apparaît comme une singularité du champ; il se trouve donc obéir à une équation d'onde. Puisqu'il apparaît comme une singularité de l'onde, il est en même temps ponctuel et se prête à une description déterministe, qui n'est autre que celle de l'onde-pilote avec double solution. C'est ce qu'a indiqué M. Vigier [6]. Cette représentation objec-

tiviste et déterministe satisferait à toutes les exigences générales que nous avons vu se préciser dans le cas d'une mesure. Ainsi, au cas où l'on parviendrait à démontrer sa cohérence, la théorie de l'onde-pilote avec double solution satisferait à la fois aux exigences résultant du point de vue prévisionnel et à celle de la cohérence interne dans la description de l'univers. Mais, contrairement au cas où l'on effectue une mesure, *la description objectiviste n'est pas ici purement gratuite et sans répercussion sur l'expérience; en effet, les conditions de cohérence interne imposées au Weltbild fournissent des relations nouvelles qui ne peuvent être trouvées dans le point de vue prévisionnel décrivant les actions des observateurs.* La description objectiviste élaborée dans le cas d'abstention revêt une signification physique en fournissant des relations que l'on pourra confronter avec l'expérience. Ainsi, il est possible que les exigences internes d'une théorie unitaire puissent être suffisamment fortes pour fixer complètement le tableau objectif de l'univers en apportant des relations, par exemple fixer l'expression des lois d'interaction des corpuscules, la valeur des charges électriques des corpuscules élémentaires, les valeurs des masses des corpuscules (ceci par exemple au moyen de conditions de stabilité du corpuscule dans le champ dont il est une singularité faisant intervenir les tensions), mais jusqu'à maintenant il n'a pas encore été prouvé d'une façon précise que ce programme soit effectivement réalisable.

Mais ces conditions de cohérence interne ne peuvent rien donner en ce qui concerne les grandeurs dont le spectre comprend plus d'une valeur, comme les grandeurs position, quantité de mouvement, moment cinétique, énergie. Ces conditions doivent donner seulement des relations sur ce que la description prévisionnelle laisse indéterminé, c'est-à-dire les formes de lois d'interaction pour les corpuscules et les valeurs des grandeurs univalentes qui les caractérisent. On démontre, en effet, dans la théorie générale des prévisions que, pour qu'une grandeur puisse être considérée comme une propriété intrinsèque du système observé, il est nécessaire qu'elle soit univalente, c'est-à-dire que son spectre se réduise à une seule valeur; autrement dit que ce soit une constante caractéristique de l'espèce du corpuscule, comme sa masse ou sa charge électrique.

En outre, quels que soient les résultats apportés par une théorie unitaire, en aucun cas on ne peut revenir à une théorie qui soit à la fois complète et de structure relativiste classique. On est obligé de tenir compte, dans la description théorique, des opérations de mesure auxquelles se livrent les observateurs et de calculer des prévisions pour des résultats de mesures ultérieures. Or, les opérations de mesure ne peuvent pas être décrites dans le tableau objectif de l'univers. On est ainsi conduit à une *complémentarité Univers-Système*, qui met sur la voie de l'unification des théories de la relativité générale et des théories quantiques. Mais il faut bien remarquer que cette complémentarité est d'un type différent de celle de Bohr, car dans la complémentarité de Bohr il s'agit d'un double aspect des phénomènes, ou encore de la complémentarité entre des types de mesures qui s'excluent; tandis qu'ici il s'agit de la complémentarité entre le cas où l'on décrit des actions des observateurs et le cas où l'on figure l'évolution de l'univers. Aucune de ces deux intentions ne peut se suffire ni remplacer l'autre, toutes deux doivent être prises en considération. Nous allons voir ci-dessous comment leur adoption simultanée, sous forme de complémentarité Univers-Système, peut servir de point de départ physique pour la construction d'une théorie unifiante non contradictoire.

Dans cette fusion de la description prévisionnelle et de la description objectiviste se manifestent la signification adéquate de cette dernière en microphysique et sa véritable portée, en particulier en ce qui concerne la théorie de l'onde-pilote.

3. **Conditions de raccordement dans l'unification.** — La théorie quantique et la théorie unitaire relativiste que l'on se propose d'unifier doivent satisfaire aux conditions de raccordement suivantes :

1° A l'approximation newtonienne, c'est-à-dire à l'approximation d'optique géométrique non relativiste, les deux théories doivent redonner toutes deux la théorie classique;

2° A l'approximation d'optique géométrique relativiste (théorie macroscopique), la théorie macroscopique non catégorique issue des échanges des signaux entre observateurs ou systèmes réfléchissants macroscopiques admet comme réalisation la théorie unitaire prise à cette approximation;

3° A l'approximation de la relativité restreinte (théorie microphysique), la théorie unitaire doit donner des équations d'ondes pour les corpuscules qui soient identifiables à celles de la théorie quantique (c'est-à-dire à celle de la théorie prévisionnelle).

Si l'observateur Ob n'effectue pas de mesure, n'échange pas de signaux, il construit alors un tableau du monde objectif. Dans un tel tableau, les actions des observateurs ne sont pas descriptibles. Ceux-ci sont seulement décrits par un repère quadridimensionnel passif. Si, au contraire, un observateur Ob fait une mesure et calcule des prévisions, ceci se trouve exprimé dans la description prévisionnelle, dans laquelle l'opérateur d'évolution $\mathcal{U}$ obéit à des lois tirées du tableau objectif, et liées à la cohérence interne de ce tableau. Tout ce qui dans la description prévisionnelle est indépendant d'une connaissance initiale (c'est-à-dire indépendant d'un ψ_0), et, par suite, est exprimable à partir de l'opérateur d'évolution $\mathcal{U}$, doit avoir un correspondant dans le tableau objectif, d'où une liaison

étroite entre les conditions imposées à $\mathcal{U}$ et les équations obtenues dans la théorie relativiste unitaire.

4. **Construction de la théorie unifiante.** — Pour unifier théorie unitaire et théorie quantique, on tiendra compte en premier lieu des exigences de la théorie générale des prévisions en physique collective (conditions que nous venons de rappeler). Ensuite, on fixera les éléments laissés indéterminés dans cette théorie, de façon à se rapprocher le plus possible de la théorie unitaire adoptée. Deux méthodes peuvent être envisagées :

1° On identifie les espaces-temps de chaque observateur avec celui de la théorie unitaire;

2° On considère en théorie quantique uniquement des observateurs galiléens (ce terme étant adéquatement défini) et l'on identifie l'espace-temps de Minkowski d'un observateur Ob en théorie prévisionnelle avec un espace-temps de Minkowski tangent en un point de l'espace-temps de la théorie unitaire. Alors, ceci permet de fixer tous les éléments demeurés indéterminés dans la théorie prévisionnelle, de façon à effectuer le raccordement avec ceux de la théorie unitaire. Cette fois, les éléments généraux de la théorie unifiante sont fixés. La complémentarité Système-Univers vient éviter les contradictions. En l'absence de mesure, on adopte la description donnée par la théorie unitaire; lors des mesures et du calcul des prévisions, on adopte la description fournie par la théorie prévisionnelle quantique. Une fois cette construction effectivement réalisée, une révision du formalisme de cette théorie unifiante permettra une unification plus étroite sur le plan formel, et rendra plus visible la consistance logique de la théorie, l'interprétation physique (indiquée ci-dessus) demeurant la même.

Les relations obtenues à partir de la théorie unitaire, qui permettent de déterminer les lois d'évolution des prévisions pour un système microphysique, conduisent à un opérateur d'évolution $\mathcal{U}(t, t_0)$ non linéaire. Ceci ne présente pas de difficulté de principe (mais seulement des difficultés d'ordre pratique pour les calculs effectifs); une superposition de solutions n'est plus une solution (c'est-à-dire qu'une combinaison linéaire de fonctions d'ondes n'est plus une fonction d'onde), mais la décomposition spectrale demeure valable : une fonction d'onde doit être à l'instant t développée en série de fonctions propres de l'opérateur de la grandeur pour laquelle on calcule des prévisions pour cet instant t, et les probabilités des diverses valeurs sont encore données par les $|c_i|^2$

$$\psi(t) = \sum_i c_i(t)\varphi_i, \qquad \text{Prob}\,\{A = a_i\} = |c_i|^2.$$

Les opérateurs attachés aux grandeurs demeurent linéaires; seul l'opérateur d'évolution peut ne pas être linéaire.

5. **Conclusion.** — Dans la recherche d'une interprétation cohérente des phénomènes microphysiques fondée sur le minimum d'hypothèses, on est conduit : d'une part, à conserver l'interprétation habituelle des théories quantiques en ce qui concerne la description des mesures et des prévisions; d'autre part, à y adjoindre la complémentarité Univers-Système en ce qui concerne la description des corpuscules et des champs en dehors de toute mesure, dans une théorie unitaire (avec onde-pilote). Théories quantiques et théories unitaires pourront se trouver ainsi unifiées en une théorie plus large et cohérente.

Manuscrit reçu le 22 janvier 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Destouches-Février P. — *Théoria*, 1949, p. 78; *La structure des théories physiques*, Presses universitaires, Paris, 1951, p. 316-318.
[2] von Neumann J. — *Mathematische Grunlagen der Quantenmechanik*, Springer, Berlin, 1932; Communication Congrès int. Varsovie, mai-juin, 1938. *Sur les nouvelles théories de la Physique*. Inst. int. coop. intellectuelle. Paris, 1939.
[3] de Broglie L. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **233**, 641.
[4] Destouches-Février P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1945, **220**, 553 et 587; *La structure des théories physiques*, Presses universitaires, Paris, 1951, p. 288.
[5] Heisenberg. — *Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie*, Hirzel, Leipzig, 1942.
[6] Vigier. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **233**, 1010.
[7] Destouches-Février P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **233**, p. 1430; *Journal de Physique*, t. **13**, Avril 1952, p. 210-215.
[8] Pauli W. — *Remarques sur le problème des paramètres cachés dans la mécanique quantique et sur la théorie de l'onde pilote*, in volume pour le 60e Anniversaire de M. Louis de Broglie, Albin Michel Paris 1952.

LES TRAJECTOIRES GAUCHES DES PARTICULES CHARGÉES DANS LES CHAMPS MAGNÉTIQUES A PLAN DE SYMÉTRIE

Par J. LAFOUCRIÈRE.
Docteur ès Sciences. Institut de Physique atomique. Université de Lyon.

Sommaire. — En se bornant aux champs magnétiques inhomogènes à plan de symétrie et présentant une forte décroissance radiale, on donne une méthode générale de construction des trajectoires gauches des corpuscules chargés dans les champs considérés. On établit ensuite une systématique de ces trajectoires et l'on discute le problème de la focalisation axiale sur l'orbite stationnaire.

1. **Introduction.** — La méthode de la trochoïde, basée sur l'action d'un champ magnétique inhomogène sur les corpuscules chargés, date de 1933 [1]. Cette technique, comme il a été montré à plusieurs reprises [2], [3], est particulièrement indiquée pour la détection des rayonnements corpusculaires peu intenses et peu ionisants.

En fait, le haut rendement de collection de cette méthode n'est obtenu que si le champ utilisé a une topographie qui lui permette de rassembler les particules entre deux limites très voisines. Ceci implique une grande intensité et un faible gradient. La théorie faite par J. Thibaud [3] et L. Cartan [4]. concerne le cas où ces deux conditions sont réalisées,

Dans le but de nous affranchir de cette double limitation, nous avons utilisé une forme extrêmement générale pour le champ magnétique en le définissant par le potentiel-vecteur dont il dérive sans autre hypothèse que sa décroissance radiale et sa symétrie de révolution [5]. Le problème de la détermination des trajectoires planes se ramène alors à des quadratures. Nous avons donné les formes générales de ces trajectoires [5], [6].

Nous basant sur les études de N. Svartholm et K. Siegbahn [7] sur les phénomènes de focalisation le long de l'orbite stationnaire, nous avons été amenés à distinguer deux types de champs inhomogènes : d'une part, ceux qui sont caractérisés par des orbites stables et, d'autre part, ceux pour lesquels l'orbite stationnaire est instable vis-à-vis des émissions radiales. Nous nous bornerons à ce dernier type dans tout ce qui suit.

L'existence des trajectoires gauches oscillant d'un pôle à l'autre pour des particules émises hors du plan de symétrie a été montrée par Thibaud et Cartan [3]. La théorie envisagée par ces auteurs est basée sur le comportement d'une particule électrisée au voisinage d'un pôle magnétique isolé. Les trajectoires sont alors des géodésiques de cônes de révolution dont le sommet se trouve au pôle. Cette hypothèse limite, par conséquent, le calcul au cas d'un champ dont les lignes de force auraient une courbure négligeable, c'est-à-dire un gradient très faible, ce qui est en accord avec les conditions de leur étude de la propagation dans le plan de symétrie. Dans les calculs qui vont suivre, nous nous placerons dans un cas très général.

2. **Détermination des conditions du problème.** — 1° ÉQUATIONS DE DÉPART. — La symétrie de révolution du champ nous impose le choix des coordonnées cylindriques (r, φ, z), l'axe des z étant dirigé suivant l'axe des pièces polaires (avec $H_z > 0$ si l'on étudie des particules positives et $H_z < 0$ dans le cas contraire) et le plan $z = 0$ étant le plan de symétrie du champ.

Le système des équations différentielles du mouvement est alors de la forme

$$\left.\begin{aligned} mr'' &= mr\varphi'^2 + e\varphi'\frac{\partial}{\partial r}(rA), \\ \frac{d}{dt}&(mr^2\varphi' + erA) = 0, \\ mz'' &= e\varphi'\frac{\partial}{\partial z}(rA), \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

où e représente la charge de la particule, m sa masse relativiste et $A(r, z)$ le potentiel-vecteur dont dérive le champ magnétique. Ces équations admettent les deux intégrales premières

$$\left.\begin{aligned} mr^2\varphi' + erA &= C', \\ v^2 &= v_0^2. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Transformant la première en tenant compte de (2), il vient :

$$\frac{d^2 r}{dz^2}\,\frac{v_0^2 - r^2\varphi'^2}{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2} + \frac{dr}{dz}\,\frac{e}{m}\varphi'\frac{\partial}{\partial z}(rA) = r\varphi'^2 + \frac{e}{m}\varphi'\frac{\partial}{\partial r}(rA).$$

Tirant la valeur de φ' et posant $C = \frac{C'}{mv_0}$ et $y = \frac{dr}{dz}$,

$$\frac{dy}{dz} = \frac{(1+y^2)\left(C - \frac{rA}{\rho H}\right)}{r^2 - \left(C - \frac{rA}{\rho H}\right)^2} \times \left[-y\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{rA}{\rho H}\right) + \frac{1}{r}\left(C - \frac{rA}{\rho H}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{rA}{\rho H}\right)\right], \quad (3)$$

où ρH représente le produit relativiste $\frac{mv_0}{e}$.

En ce qui concerne l'équation déterminant φ, on trouve

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{C - \frac{rA}{\rho H}}{r\sqrt{r^2 - \left(C - \frac{rA}{\rho H}\right)^2}}\sqrt{1 + \frac{1}{y^2}}. \quad (4)$$

La trajectoire est donc donnée par le système

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dr}{dz} = y, \\ &\frac{dy}{dz} = \frac{(1+y^2)\left(C - \frac{rA}{\rho H}\right)}{\left[r^2 - \left(C - \frac{rA}{\rho H}\right)^2\right]} \times \left[-y\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{rA}{\rho H}\right) + \frac{1}{r}\left(C - \frac{rA}{\rho H}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{rA}{\rho H}\right)\right], \\ &\frac{d\varphi}{dr} = \frac{C - \frac{rA}{\rho H}}{r\sqrt{r^2 - \left(C - \frac{rA}{\rho H}\right)^2}}\sqrt{1 + \frac{1}{y^2}}. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Les deux premières équations permettent de calculer r en fonction de z. Elles constituent les équations différentielles de la projection cylindrique de la trajectoire sur un plan méridien. Le problème revient donc à deux intégrations successives :

— Détermination des formes des méridiennes;
— Calcul de la précession.

2° Principe de la construction des méridiennes. — Considérons les deux premières équations du système (5), on peut évidemment les résoudre numériquement, mais pour mettre plus simplement en évidence les diverses formes des méridiennes, nous allons les simplifier. Remarquons que la seconde équation n'est pas régulière pour $r^2 = \left(C - \frac{rA}{\rho H}\right)^2$ et que son second membre s'annule pour $C - \frac{rA}{\rho H} = 0$. Ces diverses lignes rentreront dans un système de coordonnées curvilignes en posant

$$\frac{1}{r}\left(C - \frac{rA}{\rho H}\right) = -\eta.$$

Ceci nous amène à grouper les trajectoires de façon à n'avoir qu'une valeur de la constante C par famille. Introduisons alors les angles suivants :

θ, angle d'un plan parallèle à $z = 0$ avec la tangente à la trajectoire (angle dont la valeur initiale est θ_0);

u, angle de la tangente au cercle de rayon r centré sur l'axe Oz avec la projection sur le plan de ce cercle de la tangente à la trajectoire (la valeur initiale de cet angle est u_0). Les composantes de la vitesse étant

$$\left.\begin{aligned} r' &= v_0 \cos\theta \sin u, \\ r\varphi' &= v_0 \cos\theta \cos u, \\ z' &= v_0 \sin\theta. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

La constante C vaut

$$r_0 \cos u_0 \cos\theta_0 + \frac{r_0 A_0}{\rho H}.$$

Pour une valeur donnée de r_0, z_0, nous devrons avoir :

$$\cos\theta_0 \cos u_0 = \cos\alpha.$$

La généralisation des résultats du plan médian est alors immédiate :

A toute trajectoire plane définie par son angle de tir α, nous associerons un groupe de trajectoires gauches dont les angles de tir axial et radial vérifient la relation

$$\cos\theta_0 \cos u_0 = \cos\alpha.$$

Il est évident que lorsque $\alpha = 0$ ou π, le groupe se réduit à la seule trajectoire $u_0 = 0$ ou π et $\theta_0 = 0$. Ce groupement s'avérera particulièrement commode pour étudier les aberrations des spectrographes, car il comprendra à la fois les trajectoires perturbées axiales et radiales.

La signification de η ressort de l'équation

$$r \cos u \cos\theta + \frac{rA}{\rho H} = C, \quad (7)$$

ce qui donne

$$\eta = -\cos u \cos\theta.$$

On a

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial\eta}{\partial r} &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{rA}{\rho H}\right) + \frac{1}{r^2}\left(C - \frac{rA}{\rho H}\right), \\ \frac{\partial\eta}{\partial z} &= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{rA}{\rho H}\right). \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Et la 2e équation du système (5) s'écrit alors

$$\frac{dy}{1+y^2} = \frac{\eta}{1-\eta^2}d\zeta$$

(les lignes $\zeta = cst$ représentant les lignes orthogonales à η). Si l'on désigne par ω l'angle de la trajectoire avec les droites $r = cst$, on a

$$d\omega = \frac{\eta}{1-\eta^2}d\zeta.$$

Cette équation n'est pas intégrable, parce que ω *est rapporté à l'ancien système* et ne s'exprime pas sim-

plement au moyen des nouvelles coordonnées, mais sa forme même nous amène à utiliser la méthode graphique « du rayon de courbure ». Divisant membre à membre par l'élément d'arc, en désignant par Δ le déterminant fonctionnel de la transformation, il vient

$$\frac{d\omega}{ds} = \frac{\eta}{1-\eta^2}\sqrt{\Delta}\,\frac{d\zeta}{d\sigma}. \tag{9}$$

Ainsi, en notant par ρ le rayon de courbure de la méridienne et par λ l'angle de sa tangente avec les lignes $\eta = cst$, nous construirons la courbe de proche en proche en appliquant

$$\rho = \frac{1-\eta^2}{\eta}\,\frac{1}{\sqrt{\Delta}}\,\frac{1}{\cos\lambda}. \tag{10}$$

3° Tracé des lignes de coordonnées. — La première opération consiste à établir le canevas des lignes ζ, η sur lequel on tracera, par la suite, les projections des trajectoires. Pour cela, nous généraliserons encore les résultats du plan $z = 0$ en supposant que $z_0 = 0$ (source dans le plan de symétrie du champ).

La fonction $rA\,(rz)$ est susceptible d'être calculée dans tout l'espace à partir des valeurs qu'elle prend pour $z = 0$ sous réserve des règles de convergence [8] (dont on n'aura pas, d'ailleurs, à se préoccuper dans le domaine d'utilisation des spectrographes à plan de symétrie). Il est donc toujours possible de tracer le réseau des courbes $rA\,(rz)$ pour n'importe quelle valeur de z. On a alors, d'après (7),

$$r\eta - r_0\eta_0 = \frac{rA}{\rho H} - \frac{r_0 A_0}{\rho H}. \tag{11}$$

Nous obtiendrons ainsi les lignes coordonnées en portant sur le plan des rz les intersections de la droite de pente η avec le réseau des courbes $\frac{rA}{\rho H} - \frac{r_0 A_0}{\rho H}$. Nous avons déjà utilisé une telle représentation [9]. La forme de ces lignes dépend, non seulement du champ magnétique, mais encore de l'énergie des corpuscules et des conditions initiales. A un groupe donné est adapté un système particulier de coordonnées curvilignes.

Nous pouvons étudier la forme générale de ces systèmes [toujours dans l'hypothèse où $rH_z\,(r, 0)$ décroît avec r]. Les courbes $rA\,(rz)$ tournent alors leur concavité vers les $r > 0$ et la forme des développements de $rA\,(rz)$ suivant les puissances de $\frac{z}{r}$ montre que toutes les courbes du réseau sont asymptotes à $rA\,(r, 0)$ lorsque r croît indéfiniment [8] Dans cette dernière éventualité, $\frac{rA}{\rho H} - \frac{r_0 A_0}{\rho H}$ admet une limite finie tant qu'elle caractérise un champ plus décroissant que r^{-2}, alors qu'elle devient infinie pour des champs dont la décroissance est comprise entre r^{-1} et r^{-2}.

De toute façon, une droite de pente η coupera une courbe du réseau en deux, un ou zéro points. Plusieurs cas sont alors à considérer :

a. Pour les valeurs négatives de η (*fig.* 1), il ne peut y avoir qu'un point d'intersection, la courbe $\eta = cst$ du plan des rz se compose donc d'une branche unique et il est facile de voir, sur la figure 1,

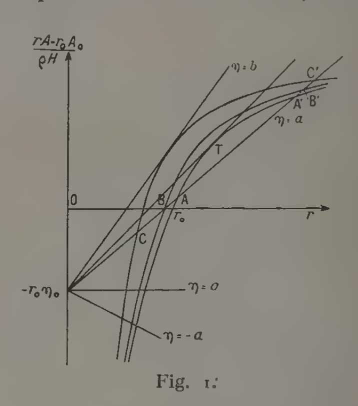


Fig. 1.

qu'elle a une courbure inférieure à celle de la ligne de force qui passe par le même point dans le plan $z = 0$.

Nous avons montré [9] que des courbes de ce type admettaient une pente $\frac{dr}{dz}$ nulle pour $z = 0$ (*fig.* 2, $\eta = -a$).

La ligne $\eta = 0$ est une ligne de force, elle généralise le rayon moyen r_M des trajectoires planes.

b. Pour les valeurs positives de η, chaque droite coupe une courbe $\frac{rA}{\rho H} - \frac{r_0 A_0}{\rho H}$ en deux points. La ligne $\eta = cst$ se compose alors de deux branches

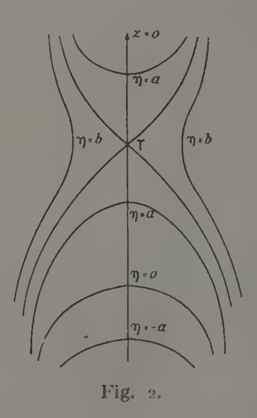


Fig. 2.

(*fig.* 2, $\eta = a$) présentant des pentes nulles pour $z = 0$ et des courbures de sens contraires.

c. η croissant toujours, la droite va devenir tangente à la courbe $\frac{rA}{\rho H}(r, 0) - \frac{r_0 A_0}{\rho H}$ on aura

alors $\eta = \frac{rH_z}{\rho H}$ et la pente de la ligne $\eta = cst$ n'est plus nulle pour $z = 0$, elle prend la valeur

$$\operatorname{tg}\omega = \pm\sqrt{\frac{1}{r}\frac{H_z}{\frac{\partial H_z}{\partial r}} + 1}; \tag{12}$$

On a un point double en T.

Le déterminant fonctionnel est nul en ce point, en effet

$$\Delta = \left(\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial z}\right)^2$$
$$= \frac{1}{r^2}\left[\frac{rH_z}{\rho H} + \frac{1}{r}\left(C - \frac{rA}{\rho H}\right)\right]^2 = \frac{1}{r^2}\left(\frac{rH_z}{\rho H} - \eta\right) = 0.$$

Comme nous savons construire les trajectoires planes passant par T, nous pourrons toujours obtenir les trajectoires gauches voisines pour lesquelles Δ sera différent de zéro. D'ailleurs, comme le rayon de courbure est défini dans le système des rz, l'existence du point T n'entraîne aucune difficulté.

d. Enfin, pour des valeurs encore plus grandes de η, la droite $-r_0\eta_0 + r\eta$ est tangente à l'une des courbes $\frac{rA}{\rho H}(rz) - \frac{r_0 A_0}{\rho H}$, avec $z \neq 0$. En écrivant l'équation (11) au moyen des premiers termes du développement de rA autour du point de contact, la composante radiale du champ n'étant pas nulle en dehors du plan de symétrie, on montre que la pente $\frac{dr}{dz}$ de la ligne coordonnée est infinie (*fig.* 2, $\eta = b$). Le système des lignes $\eta\zeta$ est finalement donné par la figure 2.

Quant au problème de l'unité locale, on remarquera que $\sqrt{\Delta}$ est le rapport de la mesure du même arc dans les deux systèmes. On aura alors une expression approchée, mais dont la précision pourra toujours être égale à celle des mesures magnétiques déterminant $\mathbf{H}(r_0)$ en mesurant dans le système des rz la distance de deux lignes coordonnées voisines η et $\eta + d\eta$.

3. **Diverses formes de méridiennes**.

— Les courbes Σ qui généralisent les rayons limites des trajectoires planes correspondent à $\eta = \pm 1$. Nous avons vu que Σ_1 ($\eta = -1$) coupe toujours $z = 0$ et que sa courbure est toujours inférieure à celle de la ligne de force passant par le même point. Plusieurs cas vont se présenter suivant la forme de Σ_2($\eta = +1$).

1° La trajectoire plane est bornée. — La racine $\eta = 1$ est zéro simple de l'équation aux limites pour la trajectoire plane; Σ_2 est une courbe continue coupant $z = 0$ et de la forme $\eta = a$ de la figure 2.

Comme ρ est donné par l'équation (10) en valeur absolue, il nous faut préciser le sens de la concavité à l'origine. On a

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{1}{z'^2}\left(r'' - \frac{dr}{dz}z''\right),$$

soit pour $z = 0$

$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{r''_0}{z'^2_0} = \frac{-v_0^2}{r_0}\eta_0\left[\frac{r_0 H_0}{\rho H} - \eta_0\right]. \tag{13}$$

La concavité est alors donnée par le signe de η_0 tant que la source est située au-dessous du point T, ce qui a toujours lieu dans le cas où nous nous trouvons. Elle est dirigée vers les $r < 0$ si $\eta_0 > 0$ et vers les $r > 0$ si $\eta_0 < 0$. On peut alors montrer, au moyen de l'équation intrinsèque (10), que la méridienne Γ a la forme indiquée sur la figure 3.

Cette méridienne admet trois points d'inflexion : deux fixes, J et K, pour $\eta = 0$ et un variable I

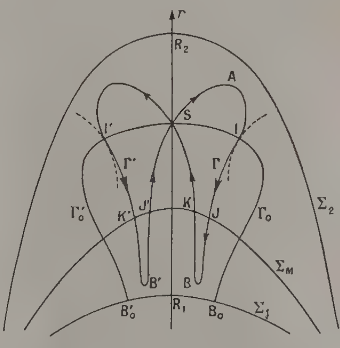


Fig. 3.

pour lequel $\lambda = \frac{\pi}{2}$ et dont la position dépend de l'angle de départ λ_0. Les deux sommets A et B sont atteints pour des valeurs de $|\eta|$ inférieures à 1.

L'ensemble des deux méridiennes symétriques Γ et Γ' représente la projection des quatre trajectoires $\pm u_0$, $\pm \theta_0$, le sens de parcours étant :

SABSA'B'S pour $+u_0$, $+\theta_0$; $+u_0$, $-\theta_0$ (sens indiqué sur la figure 3);

SBASB'A'S pour $-u_0$, $+\theta_0$; $-u_0$, $-\theta_0$.

Lorsque λ_0 tend vers $\frac{\pi}{2}$, θ_0 tend vers zéro, les méridiennes Γ et Γ' tendent vers le segment R_1R_2 de l'axe des r : on a alors la trochoïde du plan $z = 0$. Par contre, lorsque $\lambda_0 \to 0$, Γ et Γ' s'aplatissent, le rayon de courbure en B devient nul, on a alors $\eta(B) = -1$ et le sommet B_0 se trouve sur Σ_1. Cette méridienne Γ_0 normale à Σ_1 en B_0 correspond à $u_0 = \pi$, $\theta_0 = \alpha$. Les deux courbes extrêmes du groupe sont, par conséquent, la méridienne Γ_0 et la trochoïde $z = 0$. Puisque $\cos u_0$ et $\cos\theta_0$ sont respectivement stationnaires autour de $u_0 = \pi$ et $\theta_0 = 0$, la répartition spatiale des corpuscules d'un même groupe, si l'émission est supposée iso-

trope, présentera deux maxima, l'un autour du plan médian, l'autre sur Γ_0. L'allure des méridiennes du groupe est donnée par la figure 3.

La figure 4 nous donne, de même, l'ensemble des

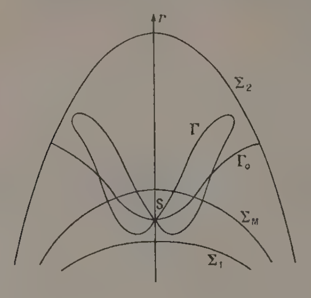


Fig. 4.

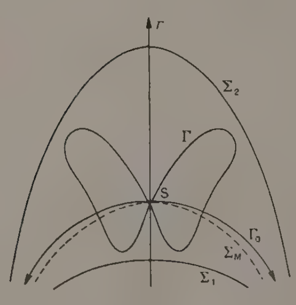


Fig. 5.

méridiennes d'un groupe où $\eta_0 < 0$ et, enfin, la figure 5 étudie le cas où Σ_M passe par S. Dans cette dernière éventualité, Γ_0 ne touche aucune des courbes Σ_1 ou Σ_2, ce qui constitue la transition entre les $\eta_0 > 0$ et les $\eta_0 < 0$. Cette courbe peut être considérée comme une *apériodique latérale* et ce résultat rappelle celui du champ homogène en ce qui concerne la direction de tir parallèle au vecteur **H**. Une telle trajectoire ne présente d'ailleurs aucun intérêt en spectrographie.

2° La trajectoire plane présente des branches infinies. — Plusieurs cas se présentent alors suivant la position de la source par rapport à l'orbite stationnaire correspondant à l'énergie de la particule.

a. La source est placée au-dessous de l'orbite stationnaire. — On a alors, dans ce cas, $\frac{r_0 H_0}{\rho H} > 1$. Comme au paragraphe précédent, la concavité à l'origine est déterminée suivant la valeur de η_0, puisque le facteur $\frac{r_0 H_0}{\rho H} - \eta_0$ est toujours positif.

Si $\eta_0 > 0$, les méridiennes tournent toutes leur concavité à l'origine vers les $r < 0$. Nous montrerons ultérieurement (§ 4) que la précession de la trajectoire ($u_0 = \pi$, $\theta_0 = \alpha$) est inférieure à celle de la trajectoire dont les angles de tir initiaux sont $u_0 = \pi$, $\theta_0 = 0$. L'étude du plan $z = 0$ nous a montré que la seconde était bornée; la première l'est aussi. Le groupe comprendra donc des méridiennes Γ_1 du type précédemment étudié (*fig.* 6).

Par contre, on peut montrer qu'il existe des méridiennes qui pénètrent dans le domaine du plan des *rz* où la courbure des lignes $\eta = cst$ a changé de signe. Ces courbes, après deux inflexions entourant le sommet A, se dirigent vers les $r > 0$, leur rayon de courbure devenant infini ($\eta \to 0$) : ce sont des méridiennes Γ_2 à branches infinies.

En ce qui concerne le passage aux limites, Γ_0 ($u_0 = \pi$, $\theta_0 = \alpha$) apparaît comme la limite des méridiennes bornées, alors que la courbe plane est celle des branches infinies. La connexion entre les

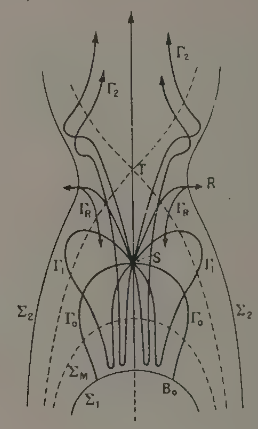


Fig. 6.

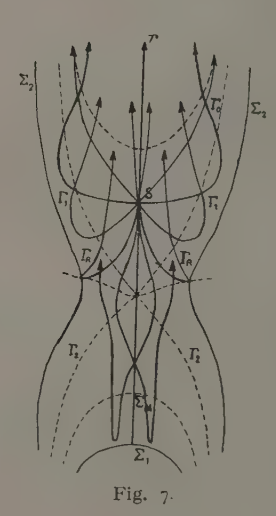


Fig. 7.

deux types de solutions s'effectue au moyen d'une méridienne présentant un rebroussement sur Σ_2 au point où sa tangente est parallèle à $z = 0$.

La forme des méridiennes d'un tel groupe est donnée par la figure 6.

On obtient des résultats analogues si $\eta_0 < 0$, mais la courbe $\theta_0 = \alpha$ du groupe correspond à $u_0 = 0$ et l'on ne peut plus dire, *a priori*, si elle est bornée ou non. Les deux cas pourront se produire suivant les valeurs de η_0. Le premier correspondant à η_0 voisin de zéro, l'autre apparaissant lorsque la source se trouve à proximité de $\Sigma_1 (\eta_0 \approx -1)$.

b. La source est placée au-dessus de l'orbite stationnaire. — Ceci se traduit par $\frac{r_0 H_0}{\rho H} < 1$.

Il est bien évident que les seuls cas nouveaux qui s'introduisent sont ceux qui concernent $\eta_0 > \frac{r_0 H_0}{\rho H}$, sinon on est ramené aux deux types de méridiennes du paragraphe précédent. La trajectoire ($u_0 = \alpha$, $\theta_0 = 0$) du groupe pouvant avoir deux allures différentes, les méridiennes des courbes gauches se présentent sous deux formes.

— La trajectoire plane n'entoure pas le centre de symétrie du champ : le canevas des lignes $\eta\zeta$ est identique à celui de la figure 6, mais le point T est situé au-dessous de S. Les méridiennes tournent ainsi leur concavité vers les $r > 0$ et l'on peut montrer au moyen de l'équation intrinsèque que tous les corpuscules décrivent des trajectoires à branches infinies (*fig.* 7). Cependant, deux cas vont se présenter suivant les valeurs de λ_0.

Pour λ_0 voisin de zéro, les trajectoires restent dans la région du plan des rz contenant S, à l'exclusion de celle située au-dessous de la courbe C, lieu des tangentes verticales des $\eta = cst$. Ce sont les méridiennes du type Γ_1. Par contre, pour λ_0 de l'ordre de $\frac{\pi}{2}$, les méridiennes Γ_2 vont couper Σ_M et admettent un sommet A dans la zone du plan des rz au-dessous de C (*fig.* 7). La connection s'effectue au moyen d'une méridienne Γ_R à rebroussement sur Σ_2.

Dans le cas où la trajectoire plane entoure le centre

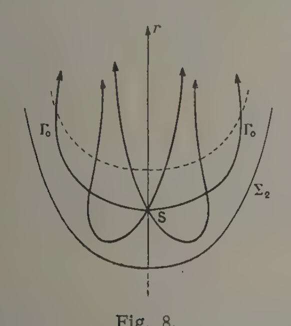


Fig. 8.

de symétrie du champ, les lignes coordonnées coupent toutes $z = 0$, mais tournent leur concavité vers les $r > 0$. L'allure des méridiennes est extrêmement simple et est donnée par la figure 8.

Il nous reste à envisager les deux cas où la trajectoire plane est asymptote à l'orbite stationnaire : ils se ramènent immédiatement aux cas des figures 3 et 8, mais la courbe Σ_2 présente un point double pour $z = 0$, l'angle des deux branches étant donné par la formule (12) :

$$\operatorname{tg} \omega = \pm \sqrt{\frac{1}{r} \frac{H_z}{\frac{\partial H_z}{\partial r}} + 1}.$$

4. **Les différents types de trajectoires.** — La troisième équation du système (5) va nous permettre de calculer l'angle φ. Elle prend alors la forme suivante, en introduisant la fonction $\eta(rz)$,

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{\eta}{r\sqrt{1-\eta^2}} \sqrt{1 + \frac{1}{y^2}}, \tag{14}$$

avec

$$y = \frac{dr}{dz}.$$

La méridienne étant connue, φ est donné par l'intégrale curviligne

$$\varphi = \int_{\rightarrow} \frac{\eta}{r\sqrt{1-\eta^2}} \sqrt{1 + \frac{1}{y^2}}\, dr \tag{15}$$

prise le long de la méridienne Γ, solution des deux premières équations du système (5). Avant d'étudier les trajectoires gauches, nous allons rappeler les résultats du plan $z = 0$.

1° Rappel des types de trajectoires planes. — Dans le plan de symétrie du champ, $\frac{1}{y}$ est cons-

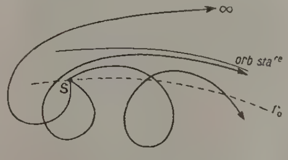


Fig. 9.

tamment nul et φ est alors calculable au moyen d'une intégrale ordinaire

$$\varphi = \int_{r_0}^{r} \frac{\eta\, dr}{r\sqrt{1-\eta^2}} \tag{16}$$

η étant fonction de r seul.

Trois formes de trajectoires vont se présenter, suivant la nature des zéros de $1 - \eta^2$. La racine $\eta = -1$ étant toujours simple, l'intégrale est toujours convergente à la limite inférieure r_1; par contre, trois cas sont possibles pour $\eta = 1$:

a. $\eta = 1$ *est zéro simple.* — L'intégrale est convergente et la trajectoire est une trochoïde;

b. $\eta = 1$ *est zéro double.* — L'intégrale diverge et la trajectoire est asymptote à l'orbite stationnaire correspondant à l'énergie de la particule;

c. $\eta = 1$ *n'est pas un zéro réel.* — La trajectoire

est apériodique, le corpuscule se dirige vers l'infini et échappe à l'action du champ magnétique.

Les trois types de trajectoires planes sont représentés sur la figure 9.

2° Les trajectoires gauches bornées. — Nous avons vu que η passait par un maximum inférieur

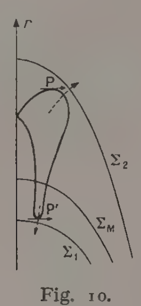


Fig. 10.

à 1 et un minimum supérieur à -1 dans le cas où la méridienne Γ était bornée (*fig.* 3, 4 et 5) et où $\lambda_0 \neq 0$. La question de la convergence ne se pose donc pas pour $\eta^2 = 1$; par contre, la fonction à intégrer admet des pôles aux points P et P' ou $y = 0$ (*fig.* 10). Ces points représentant des extréma pour r ($dr = 0$); en posant $dr = y\,dz$,

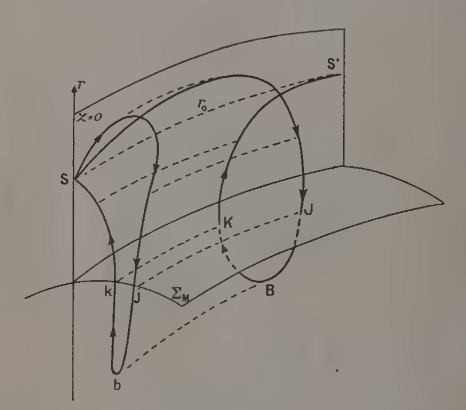


Fig. 11.

on montre que l'intégrale est régulière en ces points. Par conséquent, φ *est une fonction parfaitement définie en tout point de la méridienne.* La trajectoire gauche est donc une courbe périodique : c'est une trochoïde déformée (*fig.* 11).

Dans le cas où $\lambda_0 = 0$, comme la racine $\eta = -1$ est simple, on peut montrer que l'intégrale curviligne converge au point de retour B_0.

Le parcours sur la méridienne d'un seul côté du plan $z = 0$ correspond à une variation de 2π de l'angle u. La trajectoire se reproduit donc identique à elle-même après une variation de 4π. Nous définirons ainsi la précession δ par

$$|\delta| = \oint \operatorname{cotg} u \frac{dr}{r}. \tag{17}$$

La valeur de cette fonction est double de celle que nous avions définie pour les courbes planes [5], à cause du mouvement d'oscillation autour de $z = 0$. La projection du vecteur-vitesse sur $z = 0$ étant $v_0 \cos\theta$, la trajectoire du mobile est celle qui correspond à un corpuscule de moment $\rho H \cos\theta$. Comme $|\delta|$ pour les courbes planes est fonction croissante de $|\rho H|$, *la précession de toute trajectoire gauche est inférieure à celle de la trajectoire plane émise sous le même angle.* Nous avons utilisé cette remarque au paragraphe 3 (2°).

3° Les trajectoires a branches infinies. — Nous avons, cette fois, à intégrer le long de branches de courbes allant à l'infini et dont la pente y croît également indéfiniment. L'intégrale curviligne se ramène alors au calcul de l'intégrale simple :

$$\varphi = \int_{r(\mathrm{M})}^{\infty} \frac{\eta\, dr}{r\sqrt{1-\eta^2}},$$

où r (M) est la valeur du rayon vecteur en un point M éloigné. On peut montrer qu'elle tend vers une valeur finie lorsque r croît indéfiniment. L'angle u ayant pour limite $\frac{\pi}{2}$, la trajectoire devient rectiligne et radiale : *le corpuscule échappe à l'action du champ magnétique.*

4° Cas des méridiennes a points de rebroussements. — Le point de rebroussement des méridiennes Γ_R se trouve, par raison de symétrie, au point où Σ_2 admet une tangente parallèle à l'axe des z. En ce point, $\frac{rH_z}{\rho H}$ est égal à un.

Si R et Z sont les coordonnées du point de rebroussement, r et z celles d'un point courant M de la méridienne, on pose

$$r = R + \rho, \qquad z = Z + \xi \tag{18}$$

et l'on a, entre ρ et ζ, la relation

$$\xi = A\rho^{\frac{a}{b}} \tag{19}$$

qui représente la partie principale de l'équation de la méridienne au voisinage du point singulier. Développant $\frac{rA}{\rho H}$ en série, on a

$$\frac{rA}{\rho H} = \frac{rA}{\rho H}(RZ) - \rho + \xi \frac{rH_r}{\rho H}(RZ). \tag{20}$$

Remplaçant dans l'intégrale et tenant compte de

l'équation (19), on trouve que la partie principale de φ est de la forme

$$\varphi \approx -\int \frac{A\,\mathrm{d}\rho}{\sqrt{-\xi R \frac{rH_r}{\rho H}(RZ)\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}\xi}}} = B\int_{\rho_0}^{0} \frac{\mathrm{d}\rho}{\rho^{1-\frac{a}{2b}}}; \quad (21)$$

$1 - \frac{a}{2b}$ étant inférieur à 1, l'intégrale converge au point de rebroussement. Il n'y a pas de trajectoires asymptotes dans ce cas. La condition requise pour qu'elles apparaissent est $\frac{rH_r}{\rho H} = 0$, ce qui n'est vrai que pour $z = 0$. Ce fait est lié à l'impossibilité d'avoir une orbite stationnaire hors du plan de symétrie du champ comme l'ont démontré N. Svartholm et K. Siegbahn [7].

5. La focalisation axiale sur l'orbite stationnaire. — Nous allons appliquer les résultats précédents à l'étude de la focalisation axiale sur l'orbite stationnaire dans le cas des champs à forte décroissance radiale.

La méthode générale du calcul des perturbations fut appliquée par R. Wallauschek [10] à des trajectoires émises sous des angles petits de part et d'autre de l'orbite stationnaire. Son travail se rapporte à un champ de forme très générale dérivant d'un potentiel scalaire $V(rz)$ et d'un potentiel vecteur $\mathbf{A}(rz)$. Il traite ensuite différents exemples dont le champ du doublet magnétique où il montre que l'orbite stationnaire est instable vis-à-vis de l'émission radiale, mais stable vis-à-vis de l'émission axiale. Il calcule alors un angle Φ_z de focalisation axiale et trouve

$$\Phi_z = \frac{\pi}{\sqrt{3}}.$$

K. Siegbahn et N. Svartholm, reprenant les calculs de Wallauschek [7], donnent pour valeur des angles de focalisation, dans le cas général

$$\Phi_r = \pi\sqrt{\frac{H_z}{\frac{\partial}{\partial r}(rH_z)}}, \qquad \Phi_z = \pi\sqrt{\frac{H_z}{-r\frac{\partial H_z}{\partial r}}} \quad (22)$$

(les valeurs étant prises pour $z = 0$ et r égal au rayon de l'orbite stationnaire). Ils ont alors montré que Φ_r et Φ_z vérifiaient la relation

$$\frac{1}{\Phi_r^2} + \frac{1}{\Phi_z^2} = \frac{1}{\pi^2}. \quad (23)$$

Il est évident que pour que Φ_r et Φ_z aient un sens, il faut la double condition

$$\frac{\partial}{\partial r}(rH_z) < 0 \quad \text{ou} \quad |rH_z| \text{ croissant avec } r,$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial r} > 0 \quad \text{ou} \quad |H_z| \text{ décroissant avec } r.$$

Ainsi, le phénomène de focalisation axiale aura lieu dans tous les champs à décroissance radiale, alors que la focalisation radiale ne concernera que les champs moins décroissants que r^{-1}. C'est dans ce dernier cas que Siegbahn et Svartholm se sont placés pour construire leur spectrographe à double focalisation

$$\Phi_r = \Phi_z = \pi\sqrt{2}.$$

Nos hypothèses de départ excluent l'étude de ces champs.

Dans les champs à $|rH_z|$ décroissants, l'angle Φ_r prenant une valeur imaginaire, l'application de la formule (23) donne pour le doublet magnétique (champ en r^{-3})

$$\Phi_z = \frac{\pi}{\sqrt{3}}.$$

Appliquons alors notre méthode à la recherche des trajectoires gauches voisines de l'orbite station-

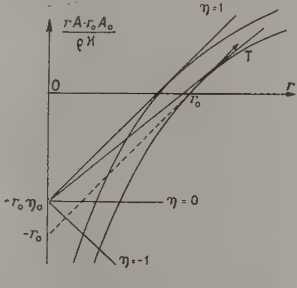


Fig. 12.

naire. Nous avons déjà remarqué que le groupement suivant le critère

$$\cos u_0 \cos\theta_0 = \cos\alpha$$

nous donnait, d'un seul coup, toutes les aberrations de sphéricité, puisque, dans le groupe, rentrent à la fois les trajectoires perturbées axiales et radiales. On a évidemment dans ce cas

$$\cos u_0 \cos\theta_0 = -1 + \frac{\alpha^2}{2} \qquad \text{ou} \qquad \eta_0 = 1 - \frac{\alpha^2}{2}.$$

La figure 12 va nous permettre de construire les lignes coordonnées η, ζ.

La méridienne Σ_2 ne coupe pas le plan $z = 0$ et elle est de la forme $\eta = b$ de la figure 2. Le point double T où $\eta = \frac{rH_z}{\rho H}$ est situé au-dessus de la source. Le groupe des méridiennes a la forme de la figure 6 (*fig.* 13).

Il existe donc une méridienne Γ_0 périodique qui n'est autre que la trajectoire « perturbée » ($\theta_0 = \alpha$, $u_0 = \pi$). Le phénomène de focalisation axiale est dû tout simplement aux corpuscules qui reviennent couper le plan médian en r_0 après avoir parcouru une boucle et avoir touché Σ_1. Ces corpuscules, s'ils

restent au voisinage immédiat de $z = 0$ parce que cette trajectoire est infiniment voisine de la courbe plane ($u_0 = \pi - \alpha$, $\theta_0 = 0$), s'éloignent suffisamment

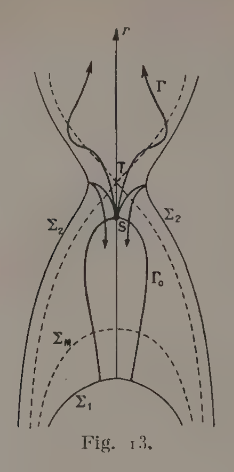


Fig. 13.

de r_0 pour qu'un calcul basé sur la méthode des perturbations ne soit plus justifié. En effet, le développement en série de l'hamiltonien du système faisant intervenir celui du potentiel-vecteur autour

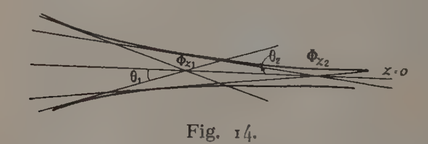


Fig. 14.

de $r = r_0$, on ne peut plus se contenter des deux premiers termes. La valeur $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ trouvée par l'application des formules (22) et (23) est donc certainement erronée. Il faut la remplacer par l'expression

$$2\Phi_z = \int \frac{\eta}{r\sqrt{1-\eta^2}}\sqrt{1+\frac{1}{y^2}}\,dr.$$

Cette intégrale dépendant de α, puisque η_0 en dépend, Φ_z tendra vers l'infini lorsque α tend vers zéro. *Il ne peut donc exister d'angle de focalisation axiale,* puisque Φ_z n'est pas du second ordre en α. Les trajectoires axiales admettent une sorte de caustique tracée sur le cylindre $r = r_0$ dont les branches sont asymptotes à l'orbite stationnaire.

En fait, le phénomène est beaucoup plus complexe parce qu'interviennent non seulement les deux cas extrêmes (trajectoires « axiale » et « radiale »), mais encore toutes les autres trajectoires des groupes, dans chaque groupe la précession étant comprise entre celle de Γ_0 et celle de Γ_R et la répartition spatiale présentant un maximum sur Γ_0 à cause de la stationnarité du cosinus.

La formule de K. Siegbahn et N. Svartholm donne ainsi les valeurs exactes des angles de focalisation, à condition que ces deux angles soient réels. On peut, d'ailleurs, étendre notre construction aux champs magnétiques à $|rH_z|$ croissant et l'on trouve que les trajectoires se tiennent effectivement au voisinage immédiat de l'orbite stationnaire. L'emploi des méthodes de perturbations est parfaitement justifié, les deux auteurs l'ont d'ailleurs utilisée uniquement dans ce cas. Il faut donc borner l'application de l'équation (23) aux $|rH_z|$ croissants, entre le champ homogène et le champ en r^{-1}, limites comprises. On n'a pas le droit de faire séparément l'étude des deux focalisations, leur existence est étroitement liée [11].

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à M. le Professeur Thibaud, directeur de l'Institut de Physique atomique, pour l'intérêt qu'il a pris à ces travaux et pour avoir mis à ma disposition tous les moyens techniques nécessaires à mes recherches.

Manuscrit reçu le 1er mars 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Thibaud J. — *C. R. Acad. Sc.*, 1933, **197**, 447.
[2] Thibaud J. — *Nuovo Cimento*, 1938, **5**, 313.
[3] Thibaud J., Cartan L. et Comparat P. — *Quelques techniques en Physique nucléaire* (Gauthier-Villars, Paris, 1938).
[4] Cartan L. — *J. Physique Rad.*, 1934, **5**, 257.
[5] Lafoucrière J. — *Thèse de Doctorat*, Lyon, 1950; *Ann. Phys.*, 1951, **6**, 610.
[6] Lafoucrière J. — *C. R. Acad. Sc.*, 1949, **229**, 823.
[7] Svartholm N. et Siegbahn K. — *Ark. mat. ast. fys. Sverige*, 1947, 33, n° 4 A, art. 21.
[8] Moussa A. et Lafoucrière J. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **233**, 139.
[9] Thibaud J. et Lafoucrière J. — *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 642.
[10] Wallauschek R. — *Z. Physik*, 1941, **117**, 565.
[11] Lafoucrière J. — *C. R. Acad. Sc.*, 1952, **234**, 936.

ABSORPTION PHOTOÉLECTRIQUE DES RAYONS γ DANS LA COUCHE L DES ATOMES

Par Mme NADINE MARTY.
Laboratoire de Chimie nucléaire, Collège de France.

Sommaire. — On rappelle la valeur des sections efficaces d'absorption photoélectrique habituellement utilisées, théoriques et expérimentales. Le rapport $\frac{\tau_K}{\tau_L}$ des sections efficaces d'absorption photoélectrique L et K a été mesuré avec un spectromètre à focalisation semi-circulaire pour des photons de 411 et 140 keV et des diffuseurs de U, Pb, Au, Ag dans le premier cas, Au et Ag dans le second. Les résultats sont 14 pour 100 pour un diffuseur d'Ag, 25 à 27 pour 100 pour Pb et Au, 31 pour 100 pour U.

1. **Les données théoriques et expérimentales sur l'absoprtion photoélectrique.** — Les données dont on dispose actuellement sur l'absorption photoélectrique des rayons γ pour des absorbants de nombre atomique Z notable sont : dans le domaine non relativiste les calculs de Stobbe [1], Sauter [2], Fisher [3] et les formules données par Hall [5] (1); dans le domaine relativiste, les valeurs de Hulme et col. [6], dans la région très relativiste, celles de Hall [5]; enfin, les valeurs expérimentales les plus couramment utilisées sont rassemblées dans la formule empirique de Gray [7].

a. Absorption dans la couche K. — Les calculs théoriques portent essentiellement sur l'absorption des photons par les deux électrons de la couche K de l'atome et conduisent à la section efficace correspondante σ_K.

Hall donne une formule non relativiste pour $\left(\frac{\tau}{\rho}\right)_K$, absorption photoélectrique par unité de masse, en fonction de Z et de l'énergie du photon incident ($\tau_K = N_0\, \sigma_K$, où N_0 est le nombre d'atomes par centimètre cube); les valeurs numériques correspondantes sont calculées pour des énergies allant de 90 à 295 keV dans le cas d'un diffuseur de Pb ($Z = 82$) et de 29 à 62 keV dans le cas d'un diffuseur de Sn ($Z = 50$). L'auteur établit, d'autre part, une formule très relativiste valable pour une énergie $h\nu$ des photons, très supérieure à l'énergie au repos mc^2 de l'électron, utilisable dans un domaine moins relativiste par adjonction d'un facteur de correction R.

Hulme et col. [6] coordonnent l'ensemble des travaux portant sur l'absorption photoélectrique et effectuent les calculs dans le cas, jusqu'alors non traité, où Z est notable et $h\nu$ de l'ordre de mc^2; les résultats numériques sont donnés pour trois valeurs de Z : 26, 50, 84 et deux valeurs de $h\nu$: 1,13 et 0,354 MeV. Utilisant les valeurs de Sauter [8] dans le domaine relativiste pour $Z = 0$ et les valeurs très relativistes de Hall, ils tracent la courbe donnant σ_K en fonction de $h\nu$ pour différents Z de 0 à 82 et des énergies $h\nu$ variant de ∞ à 340 keV; la précision des résultats est de 8 pour 100 dans le cas général, 4 pour 100 dans le cas du plomb. Dans ce dernier cas, la courbe est prolongée jusqu'à 110 keV.

Il faut noter que Hulme et col. donnent, non pas σ_K, mais $\frac{5}{4}\sigma_K$ qu'ils considèrent, comme nous le verrons par la suite, comme la section efficace totale d'absorption photoélectrique par atome.

Les résultats de Hulme et les résultats relativistes de Hall diffèrent pour des énergies basses (13 pour 100 d'écart pour des photons de 350 keV) et se rapprochent pour des rayons γ de grande énergie.

b. Absorption photoélectrique dans les autres couches et absorption photoélectrique totale. — Les calculs non relativistes pour la couche L ont été faits par Stobbe [1] et Hall [5]. Ce dernier donne le rapport des sections efficaces dans les couches K et L

$$\frac{\tau_K}{\tau_L} = 8\left(\frac{Z-s_1}{Z-s_2}\right)^6 \times \frac{\left\{1+\frac{4}{3}\left(\frac{\nu}{\nu_1}-1\right) \times \exp\left\{8\left(\frac{\nu}{\nu_2}-1\right)^{-\frac{1}{2}} \mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{\nu}{\nu_2}-1\right)^{\frac{1}{2}}-4\right\}\right\}}{1+6\frac{\nu_2}{\nu}+8\left(\frac{\nu_2}{\nu}\right)^2},$$

où s_1 et s_2 sont des facteurs correctifs d'écran égaux respectivement à 4,15 et 0,3

$$\nu_1 = Z^2\left(\frac{2\pi^2 me^4}{h^3}\right) = Z^2 Ry, \qquad \nu_2 = \frac{1}{4}(Z-s_2)^2 Ry.$$

Ceci conduit pour $Z = 82$ à une variation du

(1) On trouvera un exposé d'ensemble des divers calculs dans Sommerfeld [4] et Hall [5].

rapport $\frac{\tau_L}{\tau_K}$ de 13,6 pour 100 pour $h\nu = 89$ keV à 11 pour 100 pour $h\nu = 295$ keV. Le rapport est plus faible pour des diffuseurs de nombre atomique moins élevé.

Dans le cas de photons relativistes, Hall donne le rapport

$$\frac{\tau_{L_1}}{\tau_k} = \frac{1}{8} 2^{2\alpha^2}, \quad \text{où} \quad \alpha = \frac{Z}{137},$$

d'où l'on déduit les valeurs de 0,20 pour Pb, 0,15 pour Sn.

τ_{L_1} est la section efficace d'absorption photoélectrique dans la sous-couche L_1 (deux électrons 2 s), l'absorption dans les sous-couches L_{II} et L_{III} (six électrons 2 p) est faible; d'après les formules non relativistes, on a les valeurs suivantes :

	$\frac{\tau_{L_1}}{\tau_{L_{II}} + \tau_{L_{III}}}$	
Diffuseur.	Photons 140 keV.	Photons 410 keV.
Pb	2,4	6,8
Ag	12,5	37

L'absorption dans les autres couches M, N, ... est encore plus faible. Hulme et col. [6] considèrent la section efficace d'absorption photoélectrique dans les couches autres que la couche K, comme égale à $\frac{1}{4}\sigma_k$, d'après Rutherford, Chadwick et Ellis [9], qui l'estiment comprise entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}\sigma_k$.

D'après Hall, la répartition angulaire d'émission des photoélectrons K et L_1 est identique, les électrons de ces couches étant dans les deux cas dans un état s; celle des photoélections L_{II} et L_{III} fait intervenir un terme correctif. La différence entre les directions d'émission des photoélectrons K et L est donc faible et devient négligeable quand le rapport $\frac{\tau_{L_1}}{\tau_{L_{II}} + \tau_{L_{III}}}$ est suffisamment grand.

On utilise très souvent les valeurs de section efficace d'absorption photoélectrique totale données par la formule empirique de Gray [8]

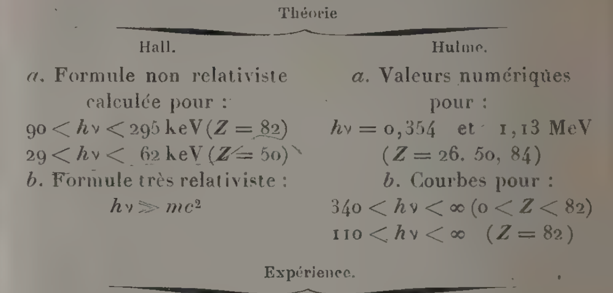
$$\log_{10} \tau_{\text{Pb}} = \bar{3},6505 + 1,0 \log_{10} \lambda + 0,480 (\log_{10} \lambda)^2,$$

où λ est la longueur d'onde du rayonnement γ exprimée en U X.

Cette formule basée en grande partie sur des mesures d'absorption des rayons γ de Ra $(B + C)$, filtrés par différentes épaisseurs de Pb est considérée par l'auteur comme donnant des erreurs relatives de l'ordre de 10 pour 100 entre 2,5 et 0,28 MeV, l'erreur entre les valeurs extrêmes pouvant atteindre 100 pour 100.

D'autres auteurs ont étudié l'absorption photoélectrique des rayons γ, indiqué des formules empiriques possibles ou des modifications à la formule de Gray; en particulier, Jones [10] trouve des valeurs environ 10 pour 100 supérieures aux valeurs théoriques de Hulme dans le cas de Pb.

Les principales données théoriques et expérimentales sont réunies dans le tableau suivant :



Théorie

Hall.	Hulme.
a. Formule non relativiste calculée pour :	*a*. Valeurs numériques pour :
$90 < h\nu < 295$ keV ($Z = 82$)	$h\nu = 0,354$ et 1,13 MeV
$29 < h\nu < 62$ keV ($Z = 50$)	($Z = 26$, 50, 84)
b. Formule très relativiste :	*b*. Courbes pour :
$h\nu \gg mc^2$	$340 < h\nu < \infty$ ($0 < Z < 82$)
	$110 < h\nu < \infty$ ($Z = 82$)

Expérience.

Gray.	Jones.
Formule empirique :	Modification
$0,28 < h\nu < 2,5$ MeV	de la formule de Gray
Erreur : 10 à 100 pour 100	

Les valeurs de τ_K semblant assez bien établies théoriquement, il nous a paru intéressant de mesurer le rapport $\frac{\tau_L}{\tau_K}$ pour avoir avec une précision comparable à celle de τ_K, la section efficace totale d'absorption photoélectrique, des mesures précédentes [11] nous ayant donné des valeurs de ce rapport supérieures aux valeurs théoriques non relativistes de Hall.

2. **Méthode expérimentale.** — Les mesures étaient faites avec le spectromètre magnétique à focalisation semi-circulaire et compteurs en coïncidences déjà utilisé précédemment [11].

a. Choix de la source. — Nous avons choisi comme source des corps que l'on peut obtenir en grosse activité et émetteurs d'un seul rayonnement γ pour pouvoir déterminer avec précision l'ensemble des raies photoélectriques K et L sans être gêné par la superposition d'autres raies moins énergiques ou par un important fond d'électrons Compton dû à des photons plus énergiques : ce sont ^{198}Au de période 2,7 j pour le domaine relativiste (γ de 411 keV) et ^{99}Tc* de période 6,6 h pour la région moins relativiste (γ de 140 keV); des photons moins énergiques conduisent à des photoélectrons K de parcours trop faible avec un diffuseur lourd comme Pb et Au.

Les sources de ^{198}Au étaient obtenues par irradiation d'or, soit à la pile de Châtillon, soit à la pile de Harwell pour la source la plus intense.

Tc* était séparé de ^{99}Mo fourni par Harwell. La source était placée dans une capsule de duralumin de section efficace d'absorption photoélectrique négligeable devant celle du diffuseur de Z élevé et d'épaisseur suffisante pour absorber tous les rayons β ou les électrons de conversion émis.

b. Choix du diffuseur. — Le diffuseur était placé sur la capsule; nous avons choisi son épaisseur égale à 1/5e du parcours des photoélectrons K correspondants; dans le cas de ^{99}Tc* et d'un diffuseur d'Au, ceci donne une épaisseur de 1 mg/cm² : la largeur à mi-hauteur de la raie photoélectrique K était alors de 4 à 5 pour 100. Des diffuseurs très minces entraînent des raies photoélectriques étroites dont la largeur est déterminée par le pouvoir de résolution du spectromètre; il faut alors des champs stabilisés à 10^{-3}, une variation d'intensité du champ supérieure à celle-ci entraîne une diminution de l'intensité apparente maxima de la raie. Nous avons, d'autre part, vérifié que le rapport $\frac{\tau_L}{\tau_K}$ restait constant pour des photons de 411 keV et des diffuseurs de Pb de 24, 30, 40 et 125 mg/cm², cette dernière valeur étant égale au parcours des photoélectrons K. Le diffuseur d'uranium avait une masse superficielle de 117 mg/cm².

c. Détermination des raies photoélectriques. — La figure 1 représente les résultats obtenus avec une source de ^{198}Au et un diffuseur de Pb de 24 mg/cm²; la courbe 1 a été tracée sans diffuseur sur la capsule; elle donne le nombre d'électrons Compton et le mouvement propre; dans le cas des sources d'Au, le mouvement propre, très important, provenant des électrons secondaires produits par les rayons γ dans le spectromètre ou le bloc de compteurs était fonction de la valeur du champ.

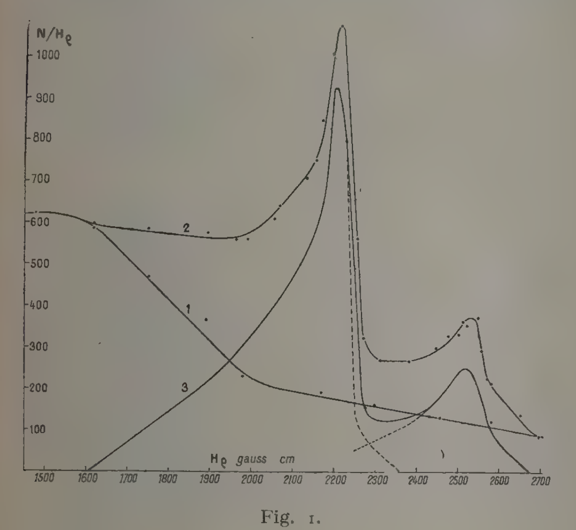


Fig. 1.

La courbe 2, obtenue après mise en place du diffuseur de Pb, représente l'ensemble des électrons Compton, photoélectriques et du mouvement propre; les courbes 1 et 2 se raccordent en dehors des raies photoélectriques; la courbe 3, différence des courbes 2 et 1, donne les raies photoélectriques; la partie de la courbe en pointillé est la décomposition des raies K et L que nous avons effectuée en nous basant sur la forme de la raie K aux basses énergies et celle de la partie énergique de la raie L.

La figure 2 représente le même ensemble de

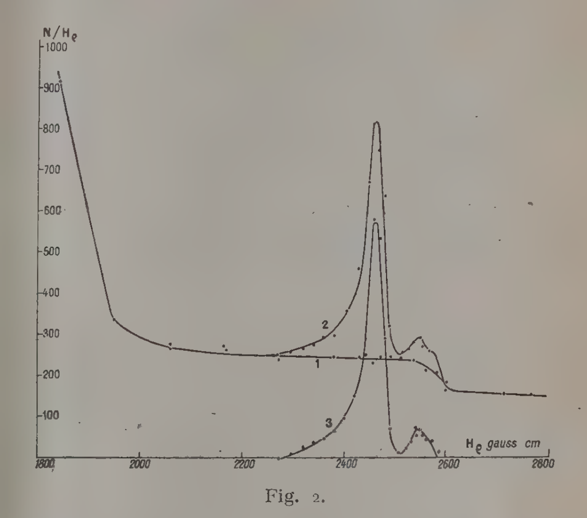


Fig. 2.

courbes dans le cas de photons de 411 keV et d'un diffuseur d'Ag de 11 mg/cm², ces mesures ont été faites avec le spectromètre à lentille magnétique construit par Hubert [12]; notre appareil présentait dans ce cas un mouvement propre égal au double de l'intensité de la raie L au maximum.

Le rapport $\frac{\tau_L}{\tau_K}$ est alors déterminé :

1° Par le rapport des hauteurs des raies photoélectriques K et L;

2° Par le rapport des surfaces de ces raies; dans tous les cas, les résultats de ces mesures condordaient, aux erreurs expérimentales près.

Les mesures étaient faites avec les deux compteurs en coïncidence pour la source de ^{198}Au, avec un seul compteur muni d'une fenêtre de 0,3 mg/cm² de formvar pour la source de ^{99}Tc* et l'on tenait compte des corrections d'absorption indiquées par Saxon [13].

L'émission des photoélectrons K et L n'étant pas isotrope, nos mesures nous conduisent au rapport $\frac{\tau_L}{\tau_K}$ des sections efficaces totales d'absorption photoélectrique K et L uniquement si la répartition angulaire des photoélectrons K et L est identique ou peu différente.

d. Influence de la direction d'émission des photoélectrons sur le rapport $\frac{\tau_L}{\tau_K}$. — Dans le dispositif habituel où le diffuseur est placé sur la capsule, les photoélectrons détectés au spectromètre, c'est-à-dire ceux qui sont compris dans le cône d'angle au sommet 7° par rapport à la perpendiculaire au

plan du diffuseur, font avec la direction des photons incidents des angles compris entre 0 et 90°.

Dans un deuxième dispositif (*fig.* 3), l'angle entre la direction des photons incidents et les électrons détectés était compris entre 40 et 70°, correspondant au maximum d'efficacité que l'on peut obtenir en tenant compte de l'angle solide sous lequel le diffuseur est vu de la source et de la répartition angulaire des photoélectrons prévue par la théorie. La source placée dans sa capsule était excentrée et distante du plan des diffuseurs de 5 mm, la plaquette porte-diffuseur était en place pendant la mesure des électrons Compton et, dans ce cas comme dans les précédents, les courbes 1 et 2 se raccordaient en dehors des raies photoélectriques.

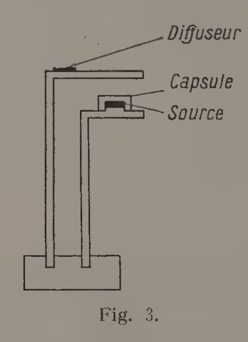


Fig. 3.

Le rapport $\frac{\text{nombre de photoélectrons } L}{\text{nombre de photoélectrons } K}$ a été trouvé identique avec les deux dispositifs. Nous n'avons pu faire la mesure avec une meilleure définition angulaire, car pour une plus grande distance source-diffuseur, le mouvement propre aurait dépassé l'intensité de la source secondaire de photoélectrons.

Notre dispositif ne nous permet pas de préciser davantage l'influence de la direction d'émission des photoélectrons; nous avons montré que si elle existe, elle est faible et, d'après la théorie, d'autant plus que les photons incidents sont plus énergiques et le numéro atomique du diffuseur moins élevé.

3. **Résultats expérimentaux.** — Nous avons déterminé le rapport $\frac{\tau_L}{\tau_K}$ pour les photons de 411 keV et des diffuseurs de U, Pb, Au et Ag, pour ceux de 140 keV avec des diffuseurs d'Au et d'Ag.

Nous groupons dans le tableau suivant nos résultats, ainsi que les valeurs théoriques de Hall relativistes et non relativistes et calculées dans ce cas pour des photons de 140 keV.

		$\frac{\tau_L}{\tau_K} \cdot 10^2$			
		Photons		Valeurs de Hall	
Diffuseurs.	Z.	411 keV.	140 keV.	relativistes $\left(\frac{\tau_L}{\tau_K}\right)$.	non relativistes (photons de 140 keV).
U........	92	31 ± 2	–	23	–
Pb........	82	27 ± 2	–	20	12
Au........	79	26 ± 2	23	20	–
Ag........	47	13 ± 2	14	14,5	8,5

La précision de nos mesures était moins bonne dans le cas des photons de ^{198}Au et du diffuseur d'Ag en raison de la faible intensité de la raie photoélectrique L et, dans le cas des photons de 140 keV, les sources de ^{99}Tc* étant beaucoup moins intenses que celles de ^{198}Au.

Conclusion. — A la précision de nos mesures, le rapport $\frac{\tau_L}{\tau_K}$ ne semble pas varier avec l'énergie des photons lorsque ceux-ci passent de 411 à 140 keV. Le sens de la variation avec Z du rapport des sections efficaces d'absorption photoélectrique L et K est bien celui indiqué par la théorie. La valeur du rapport est en désaccord avec les formules non relativistes de Stobbe et Hall et indique, par contre, que les formules relativistes sont déjà applicables à partir d'énergies de 140 keV; dans ce cas, l'accord entre résultats théoriques et expérimentaux est très bon pour des diffuseurs de Z moyen; il est encore assez bon pour des diffuseurs de Z élevé, étant donné le domaine où nous utilisons la formule très relativiste; la participation des sous-couches L_{II} et L_{III} que nous avons négligées doit encore rapprocher la valeur théorique

$$\frac{\tau_L}{\tau_K} = \frac{\tau_{L_{\text{I}}} + \tau_{L_{\text{II}}} + \tau_{L_{\text{III}}}}{\tau_K}$$

des résultats expérimentaux et de la valeur de 25 pour 100 adoptée par Hulme.

D'après nos résultats, les courbes données par Hulme et col. pour la section efficace totale d'absorption photoélectrique, sont exactes pour les Z élevés, elles donnent des valeurs trop élevées de 5 pour 100 pour $55 < Z < 65$, de 10 pour 100 pour $30 < Z < 50$.

Je tiens à remercier M. le Professeur Joliot, sous la direction de qui cette étude a été effectuée; enfin, c'est grâce à une allocation du C. N. R. S. que j'ai pu mener à bien ce travail.

Manuscrit reçu le 4 avril 1952

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Stobbe M. — *Ann. Physik*, 1930, **7**, 661.
[2] Sauter F. — *Ann. Physik*, 1931, **9**, 217.
[3] Fisher J. — *Ann. Physik*, 1931, **8**, 821.
[4] Sommerfield A. — *Atombau und Spektrallinien*, 1944, **2**, 464.
[5] Hall H. — *Rev. Mod. Physics*, 1936, **8**, 358.
[6] Hulme H., Dougall Mc J., Buckhingham R. A. et Fowler R. H. — *Proc. Roy. Soc.*, 1935, A **149**, 131.
[7] Gray J. A. — *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1931, **27**, 103.
[8] Sauter F. — *Ann. Physik*, 1931, **11**, 454.
[9] Rutherford, Chadwick, Ellis. — *Radiations from radioactive substances*, p. 464.
[10] Jones M. T. — *Phys. Rev.*, 1936, **50**, 110.
[11] Marty N. — *Ann. Physique.*, 1951, **6**, 662.
[12] Hubert P. *J. Phys. et Rad.*, 1951, **12**, 163.
[13] Saxon D. — *Phys. Rev.*, 1951, **81**, 639.

ÉTUDE THÉORIQUE DE L'INTENSITÉ ET DE L'EFFET ZEEMAN DES RAIES D'INTERCOMBINAISON DE L'HÉLIUM

Par P. PLUVINAGE.

Faculté des Sciences de Strasbourg.

Sommaire. — On montre que les interactions spin-orbite et spin-spin de deux électrons, telles qu'elles sont écrites actuellement, rendent bien compte quantitativement des résultats expérimentaux de J. Brochard et P. Jacquinot sur les raies d'intercombinaison de l'hélium. Le principe des calculs de l'intensité et de l'effet Zeeman est indiqué; les calculs sont ensuite poussés jusqu'à l'application numérique dans les cas intéressants en pratique.

1. **Les deux groupes de raies interdites de l'hélium.** — Grâce à sa méthode de détection des raies satellites très faibles, P. Jacquinot [1] a observé en 1939 de nombreuses raies interdites dans le spectre de l'hélium. Les unes violent la règle de sélection $\Delta l = \pm 1$ mais non $\Delta s = 0$, c'est-à-dire qu'elles restent à l'intérieur d'un même système, singulet ou triplet. D'autres sont des raies d'intercombinaison, violant $\Delta s = 0$ mais non $\Delta l = \pm 1$. D'autres enfin, émises à partir de niveaux supérieurs, contredisent les deux règles à la fois. Avant les travaux de Jacquinot, seule la raie d'intercombinaison de Lyman [2] $1^1S_0 - 2^3P_1$ ($\lambda = 591,5$ Å) était connue. Les nouvelles raies interdites ont été étudiées systématiquement par P. Jacquinot et J. Brochard [3] qui ont pu les classer en deux groupes suivant qu'elles s'exaltent ou non quand on augmente la densité de courant dans le tube à décharge et, par suite, le champ électrique « extérieur » qui perturbe l'état des atomes. Les raies du premier groupe sont des raies forcées et les particularités de leurs effets Zeeman s'expliquent par l'anisotropie de ce champ [4]. Le second groupe est exclusivement formé de raies d'intercombinaison qui doivent s'expliquer en principe comme dans le cas des atomes à deux électrons de valence. Mais la complexité et la faiblesse des interactions responsables rendaient peu attrayant un calcul théorique tant qu'on doutait de la possibilité d'observations expérimentales. La question doit être réexaminée, d'autant plus que J. Brochard et P. Jacquinot [5] ont réussi à obtenir l'effet Zeeman de la raie $2^3P_{1,2} - 3^1D$. Les résultats du calcul seront confrontés avec leurs expériences aux paragraphes 3 et 4.

2. **Hamiltonien du système et travaux d'Araki.** — Pour un atome à deux électrons de valence et de numéro atomique Z élevé, seules sont à considérer l'interaction électrostatique et l'interaction spin-orbite habituelle, ou propre à chaque électron. Suivant que la première ou la seconde prédomine, on sait qu'on a le couplage Russel-Saunders ou le couplage jj. La discussion a été faite par Houston [6]. Dans le cas de l'hélium, c'est le couplage Russel-Saunders qui est réalisé. Mais l'interaction spin-orbite propre n'est plus la seule perturbation due aux spins car, en raison de la petitesse de Z, les termes d'interaction spin d'un électron-orbite de l'autre (ou spin-orbite mutuelle) et spin-spin prennent une importance relative considérable. L'interaction spin-orbite mutuelle renverse les triplets, l'interaction spin-spin change les intervalles de leurs composantes. Les calculs de Houston ne s'appliquent plus. Nous devons adopter un hamiltonien plus complet déduit des travaux de Breit [7] et utilisé par Araki [8] dans son calcul de la structure fine. Il faut d'ailleurs remarquer que les trois termes principaux de la perturbation due aux spins ont déjà été donnés en 1926 par Heisenberg [9]. Araki a, le premier, obtenu des résultats théoriques coïncidant, à quelques centièmes près, avec les mesures spectroscopiques, en partant de fonctions d'ondes tenant compte de la répulsion électrostatique et en ne négligeant pas les intégrales d'échange des termes perturbateurs. Mais il s'est arrêté à la détermination des niveaux d'énergie en l'absence de champ magnétique extérieur $\mathcal{H}$. Son travail, prolongé jusqu'à la détermination des fonctions d'onde d'ordre zéro, au sens de la théorie des perturbations, permettra de calculer l'intensité des raies d'intercombinaison. L'étude de la décomposition magnétique des niveaux dans un champ $\mathcal{H}$, déjà effectuée dans le cas particulier de $2^3P_{0,1,2}$ [10] donnera l'effet Zeeman de ces raies.

Pour les six termes du hamiltonien, nous adoptons en gros les notations d'Araki (indices 1 et 2 pour chaque électron)

$\mathbf{r}$, vecteur position $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$;

$\mathbf{l}$, moment orbital;

$\boldsymbol{\nabla}$, opérateur gradient, Δ, opérateur de Laplace :

$$\mathbf{l} = \frac{1}{i}\mathbf{r}\times\boldsymbol{\nabla}, \qquad \mathbf{l}_{12} = \frac{1}{i}\mathbf{r}_{12}\times\boldsymbol{\nabla}_1, \qquad \mathbf{l}_{21} = \frac{1}{i}\mathbf{r}_{21}\times\boldsymbol{\nabla}_2;$$

μ, magnéton de Bohr;

s, spin;
H, hamiltonien du système;
$H = H_0 + H_1 + H_2 + H_3 + H_4 + H_5$.

a. Partie principale :

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_0}(\Delta_1 + \Delta_2) - \frac{Z\varepsilon^2}{r_1} - \frac{Z\varepsilon^2}{r_2}.$$

b. Interaction électrostatique et correction relativiste :

$$H_1 = \frac{\varepsilon^2}{r_{12}} + U.$$

c. Interaction spin-orbite propre :

$$H_2 = 2\mu^2 Z\left(\frac{1}{r_1^3}\mathbf{l}_1 . \mathbf{s}_1 + \frac{1}{r_2^3}\mathbf{l}_2 . \mathbf{s}_2\right).$$

d. Interaction spin-orbite mutuelle :

$$H_3 = -\frac{2\mu^2}{r_{12}^3}[(\mathbf{l}_{21} + 2\mathbf{l}_{12}) . \mathbf{s}_1 + (\mathbf{l}_{12} + 2\mathbf{l}_{21}) . \mathbf{s}_2].$$

e. Interaction spin-spin :

$$H_4 = \frac{4\mu^2}{r_{12}^3}\left[\mathbf{s}_1 . \mathbf{s}_2 + \frac{3}{r_{12}^2}(\mathbf{r}_{21} . \mathbf{s}_1)(r_{12} . \mathbf{s}_2)\right].$$

f. Interaction avec le champ magnétique appliqué :

$$H_5 = \mu\mathcal{H}(l_{1z} + 2s_{1z} + l_{2z} + 2s_{2z}).$$

La difficulté et la variété des calculs concernant l'hélium vient de ce que H_1 n'est pas d'un ordre de grandeur inférieur à H_0. C'est pourquoi on cherche à tenir compte le plus possible de l'interaction électrostatique dans la partie spatiale des fonctions d'onde avant même tout calcul de perturbation. Ce sont des fonctions d'Araki dont nous nous servirons, mais comme nous n'avons besoin que des éléments de matrices déjà calculés numériquement par ce même auteur, il est inutile de les reproduire ici. Nous les désignons par $F_{nlm}(1, 2)$ ou $F_{nlm}(2, 1)$ suivant que l'électron 2 ou l'électron 1 est excité. L'intégrale d'échange de H_1 est désignée par K et son intégrale directe par J, les singulets ont en gros l'énergie $E_0 + J + K$, les triplets $E_0 + J - K$. Il ne sera plus question de la partie commune $E_0 + J$ qui n'intervient pas dans la suite.

Les fonctions de spin seront désignées par α et β avec

$$\alpha\left(+\frac{h}{2}\right) = 1, \qquad \beta\left(+\frac{h}{2}\right) = 0;$$
$$\alpha\left(-\frac{h}{2}\right) = 0, \qquad \beta\left(-\frac{h}{2}\right) = 1.$$

Araki utilisait les combinaisons suivantes, qui sont fonctions propres de $l^2 = (\mathbf{l}_1 + \mathbf{l}_2)^2$, l_z, s_z :

$$\psi_1 - \psi_{1'} = [F_{nlm-1}(1, 2) - F_{nlm-1}(2, 1)]\,\alpha(1)\,\alpha(2),$$
$$\psi_2 - \psi_{2'} = F_{nlm}(1, 2)\,\alpha(1)\,\beta(2) - F_{nlm}(2, 1)\,\alpha(2)\,\beta(1),$$
$$\psi_3 - \psi_{3'} = F_{nlm}(1, 2)\,\beta(1)\,\alpha(2) - F_{nlm}(2, 1)\,\beta(2)\,\alpha(1),$$
$$\psi_4 - \psi_{4'} = [F_{nlm+1}(1, 2) - F_{nlm+1}(2, 1)]\,\beta(1)\,\beta(2).$$

Nous prendrons plutôt une représentation où l^2, j^2 et j_z sont diagonaux, car elle convient dans l'approximation du couplage Russel-Saunders réalisé ici presque exactement. Nous poserons en normant les fonctions de base

$$\Phi_1 = \frac{1}{2}(\psi_2 - \psi_3 - \psi_{2'} + \psi_{3'}),$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{2\sqrt{(l+1)(2l+1)}} \times \Big[\sqrt{(l+m)(l+m+1)}(\psi_1 - \psi_{1'}) - \sqrt{(l+m+1)(l-m+1)}(\psi_2 + \psi_3 - \psi_{2'} - \psi_{3'}) + \sqrt{(l-m)(l-m+1)}(\psi_4 - \psi_{4'})\Big],$$

$$\Phi_3 = \frac{1}{2\sqrt{l(l+1)}}\Big[-\sqrt{(l+m)(l-m+1)}(\psi_1 - \psi_{1'}) - m(\psi_2 + \psi_3 - \psi_{2'} - \psi_{3'}) + \sqrt{(l-m)(l+m+1)}(\psi_4 - \psi_{4'})\Big],$$

$$\Phi_4 = \frac{1}{2\sqrt{l(2l+1)}} \times \Big[\sqrt{(l-m)(l-m+1)}(\psi_1 - \psi_{1'}) + \sqrt{(l-m)(l+m)}(\psi_2 + \psi_3 - \psi_{2'} - \psi_{3'}) + \sqrt{(l+m)(l+m+1)}(\psi_4 - \psi_{4'})\Big].$$

Φ_1, partie principale de la fonction d'onde des singulets, appartient aux valeurs propres $j = l$, $j_z = m$, $s = 0$. Φ_2, Φ_3, Φ_4, appartenant aux valeurs propres $j = l + 1$, l, $l - 1$, $j_z = m$, $s = 1$, forment les parties principales des fonctions d'onde des triplets.

Araki obtient l'équation séculaire en calculant les éléments de matrices h_{ij} de $H_1 + H_2 + H_3 + H_4$. Les h_{ij} sont exprimés avec l'unité $\mu^2\overline{r^{-3}}$ définie par

$$\mu^2\overline{r^{-3}} = \mu^2\int F^*_{nlm}(1, 2)\frac{1}{r_2^3}F_{nlm}(1, 2)\,d\tau_1\,d\tau_2. \tag{2}$$

Sauf pour les états $2P$, l'intégrale est prise égale à la valeur approchée

$$\overline{r^{-3}} = \frac{1}{a^3 n^3 l\left(l + \frac{1}{2}\right)(l+1)}. \tag{3}$$

Pour les états $2P$, on trouve dans un travail de Sugiura [11] la valeur suivante obtenue à la suite d'une intégration numérique

$$(\mu^2\overline{r^{-3}})_{2P} = 0,164\ \text{cm}^{-1}. \tag{4}$$

Pour les états $3D$, l'application de la formule (3) nous fournit l'unité

$$(\mu^2 r^{-3})_{3D} = 0,00722\ \text{cm}^{-1}. \tag{4 bis}$$

Dans l'expression des h_{ij} interviennent :

a. les intégrales directes de H_2 contenant Z en facteur ;

b. les intégrales d'échange de H_2 contenant un facteur Z' ;

c. les intégrales directes de H_3 contenant un facteur ζ ;

d. les intégrales d'échange de H_3 contenant un facteur ζ' ;

e. les intégrales directes et d'échange de H_4 qui se rassemblent en une somme contenant le facteur $\eta + \eta'$.

Z', ζ, ζ', η, η' seront empruntés au Mémoire d'Araki lors des applications numériques.

Nous donnons un nom aux combinaisons suivantes, qui interviennent fréquemment :

$$\begin{aligned} Z + \zeta &= Z_1, \\ Z + 2Z' - 3\zeta - 6\zeta' &= Z_2, \\ Z + Z' - \zeta - 3\zeta' &= Z_3, \\ Z' - 2\zeta - 3\zeta' &= Z_4, \\ \eta + \eta' &= \eta_1, \\ l(l-1) - 3m^2 &= A_{l,m}, \\ \sqrt{(l+m)(l-m+1)} &= B_{l,m}, \\ \sqrt{(l-m)(l+m+1)} &= B_{l,-m}. \end{aligned}$$

Les éléments h_{ij} sont alors :

$$\begin{aligned} h_{11} &= -K + (m-1)Z_2 - 2A_{l,m-1}\eta_1, \\ h_{22} &= -mZ_1 + 2A_{l,m}\eta_1, \\ h_{33} &= mZ_1 + 2A_{l,m}\eta_1, \\ h_{44} &= -K - (m+1)Z_2 - 2A_{l,m+1}\eta_1, \\ h_{12} &= -B_{l,m}\,[Z_3 + 3(2m-1)\eta_1], \\ h_{13} &= -B_{lm}\,[Z_4 + 3(2m-1)\eta_1], \\ h_{24} &= -B_{l,-m}[Z_4 - 3(2m+1)\eta_1], \\ h_{34} &= -B_{l,-m}[Z_3 - 3(2m+1)\eta_1], \\ h_{14} &= 6B_{l,m}B_{l,-m}\eta_1, \\ h_{23} &= -K + 2A_{l,m}\eta_1. \end{aligned}$$

Quand on utilise les fonctions (1) au lieu des fonctions d'Araki, on trouve des éléments de matrice qui se calculent aisément en fonction des h_{ij} et ont une expression beaucoup plus simple. Cependant, on verra plus loin que les fonctions d'Araki, à peine modifiées, restent intéressantes pour l'étude de l'effet Zeeman. Dans le cas où $\mathcal{H} = 0$, si l'on part des fonctions (1), l'équation séculaire s'écrit sous une forme permettant de la résoudre immédiatement

$$\begin{vmatrix} \varepsilon - K & 0 & -\sqrt{l(l+1)}\,Z_1 & 0 \\ 0 & \varepsilon + K - l[Z_2 + 2(2l-1)\eta_1] & 0 & 0 \\ -\sqrt{l(l+1)}\,Z_1 & 0 & \varepsilon + K + Z_2 + 2(2l-1)(2l+3)\eta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon + K + (l+1)[Z_2 - 2(2l+3)\eta_1] \end{vmatrix} = 0.$$

Elle admet les racines indiquées par Araki

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{2}\{[2K + Z_2 + 2(2l-1)(2l+3)\eta_1]^2 \\ &\qquad + 4l(l+1)Z_1^2\}^{\frac{1}{2}} \\ &\quad - \frac{1}{2}[Z_2 + 2(2l-1)(2l+3)\eta_1], \\ \varepsilon_2 &= -K + l[Z_2 + 2(2l-1)\eta_1], \\ \varepsilon_3 &= -\frac{1}{2}\{[2K + Z_2 + 2(2l-1)(2l-3)\eta_1]^2 \\ &\qquad + 4l(l+1)Z_1^2\}^{\frac{1}{2}} \\ &\quad - \frac{1}{2}[Z_2 + 2(2l-1)(2l+3)\eta_1], \\ \varepsilon_4 &= -K - (l+1)[Z_2 - 2(2l+3)\eta_1]. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

En négligeant le mélange des triplets et des singulets, c'est-à-dire le terme $-\sqrt{l(l+1)}Z_1$, on trouve comme racines

$$\varepsilon'_1 = K \qquad \text{et} \qquad \varepsilon'_3 = -K - Z_2 - 2(2l-1)(2l+3)\eta_1$$

au lieu de ε_1 et ε_3. Cela revient à développer ε_1 et ε_3 suivant les puissances décroissantes de K et à s'arrêter au second terme. Plus précisément

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon'_1 + \frac{l(l+1)Z_1^2}{2K} + o\left(\frac{1}{K^2}\right), \\ \varepsilon_3 &= \varepsilon'_3 - \frac{l(l+1)Z}{2K} + o\left(\frac{1}{K^2}\right). \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

3. **Intensité des raies d'intercombinaison.** — Les fonctions d'onde d'ordre zéro, au sens de la théorie des perturbations, sont des combinaisons linéaires

$$c_1\Phi_1 + c_2\Phi_2 + c_3\Phi_3 + c_4\Phi_4,$$

dont les coefficients sont déterminés par les équations

$$\begin{aligned} (\varepsilon - K)\,c_1 - \sqrt{l(l+1)}\,Z_1 c_3 &= 0, \\ (\varepsilon - \varepsilon_2)\,c_2 &= 0, \\ -\sqrt{l(l+1)}\,Z_1 c_1 + (\varepsilon - \varepsilon'_3)\,c_3 &= 0, \\ (\varepsilon - \varepsilon_4)\,c_4 &= 0. \end{aligned}$$

Pour $\varepsilon = \varepsilon_2$ seul c_2 est différent de zéro. Pour $\varepsilon = \varepsilon_4$ seul c_4 est différent de zéro. Φ_2 et Φ_4 restent de bonnes fonctions d'onde quand on tient compte de la perturbation. Au contraire, pour $\varepsilon = \varepsilon_1$ et $\varepsilon = \varepsilon_3$ les fonctions d'onde singulet et triplet se mélangent. Mais seuls les états de même nombre quantique j sont intéressés. Quand $\frac{Z_1}{2K}$ est assez petit, on trouve les expressions suivantes des fonctions d'onde :

$$\left.\begin{aligned} &\text{Singulet } j = l: \quad \Phi_1 + \sqrt{l(l+1)}\,\frac{Z_1}{2K}\,\Phi_3; \\ &\text{Triplet } j = l: \quad \Phi_3 - \sqrt{l(l+1)}\,\frac{Z_1}{2K}\,\Phi_1. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Quand on passe des états P aux états D, l'écart entre singulets et triplets diminue beaucoup, tandis que Z_1 varie peu, aussi le mélange des fonctions

d'onde est-il plus important pour les seconds que pour les premiers. C'est ce que montre le tableau suivant, calculé à partir des résultats numériques d'Araki :

	2 P.	3 P.	3 D.	4 D.
$\sqrt{l(l+1)}\frac{Z_1}{2K}\cdots$	$3,11.10^{-4}$	$2,57.10^{-2}$	$1,59.10^{-2}$	$1,18.10^{-2}$

Évaluons les grandeurs caractéristiques des transitions qui font passer l'atome des états nA de nombre quantique orbital l aux états $n'A'$ de nombre quantique l'. On a indiqué schématiquement sur la figure 1 en traits pleins les transitions normales, sous réserve que les règles de sélection soient satisfaites et en pointillés les intercombinaisons

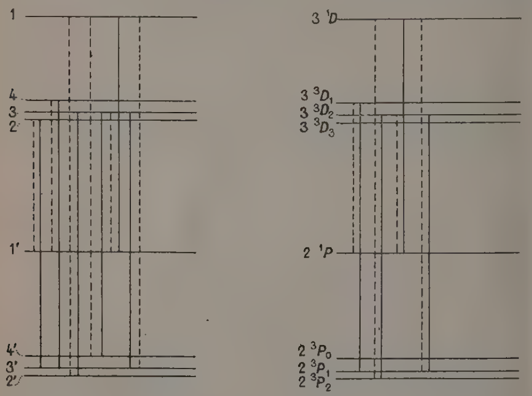


Fig. 1. — Raies d'intercombinaison et raies permises voisines

possibles. Les niveaux sont numérotés 1, 2, 3, 4 et 1', 2', 3', 4' suivant la partie principale des fonctions d'onde correspondantes (1). Le niveau 1 est le niveau supérieur de singulet, le niveau 2 est le niveau de triplet de nombre quantique $j = l + 1$, ...

D'après la forme des éléments de matrice de $\mathbf{r}$ nous distinguons deux groupes d'intercombinaisons : celles qu'on peut comparer immédiatement à des transitions normales partant du même niveau et celles qu'on peut comparer à des transitions normales aboutissant au même niveau. Il existe en apparence une catégorie mixte, mais elle se ramène en pratique à l'un des groupes précédents.

Premier groupe $2 \to 1'$ *et* $4 \to 1'$. — Les expressions suivantes résultent de (8) :

$$\mathbf{r}_{21'} = \sqrt{l'(l'+1)}\,\frac{Z'_1}{2K'}\,\mathbf{r}_{23'},$$

$$\mathbf{r}_{41'} = \sqrt{l'(l'+1)}\,\frac{Z'_1}{2K'}\,\mathbf{r}_{43'}.$$

Deuxième groupe $1 \to 2'$ *et* $1 \to 4'$:

$$\mathbf{r}_{12'} = \sqrt{l(l+1)}\,\frac{Z_1}{2K}\,\mathbf{r}_{32'},$$

$$\mathbf{r}_{14'} = \sqrt{l(l+1)}\,\frac{Z_1}{2K}\,\mathbf{r}_{34'}.$$

Les transitions $3 \to 1'$ et $1 \to 3'$ se ramènent à l'un ou l'autre de ces types suivant les ordres de grandeurs, sûrement différents, de $\frac{Z_1}{2K}$ et $\frac{Z'_1}{2K'}$. En effet, d'après la forme (8) des fonctions d'onde, on a, en négligeant le second ordre,

$$\mathbf{r}_{31'} = -\sqrt{l(l+1)}\,\frac{Z_1}{2K}\,\mathbf{r}_{11'} + \sqrt{l'(l'-1)}\,\frac{Z'_1}{2K'}\,\mathbf{r}_{33'},$$

$$\mathbf{r}_{13'} = \sqrt{l(l+1)}\,\frac{Z_1}{2K}\,\mathbf{r}_{33'} - \sqrt{l'(l'+1)}\,\frac{Z'_1}{2K'}\,\mathbf{r}_{11'}.$$

Dans ces expressions l'un des termes est négligeable par rapport à l'autre.

Application aux transitions $3\,D \to 2\,P$.

Les règles de sélection sur j limitent à quatre le nombre des intercombinaisons possibles. Les valeurs numériques sont empruntées au tableau (9) :

$3^3D_1 \to 2^1P_1$ (type $4 \to 1'$) :

$$\mathbf{r}_{41'} = 3,11.10^{-4}\,\mathbf{r}_{43'};$$

$3^1D_2 \to 2^3P_2$ (type $1 \to 4'$) :

$$\mathbf{r}_{14'} = 1,59.10^{-2}\,\mathbf{r}_{34'};$$

$3^3D_2 \to 2^1P_1$ (type $3 \to 1'$) :

$$\mathbf{r}_{31'} = -1,59.10^{-2}\,\mathbf{r}_{11'};$$

$3^1D_2 \to 2^3P_1$ (type $1 \to 3''$) :

$$\mathbf{r}_{13'} = 1,59.10^{-2}\,\mathbf{r}_{33'}.$$

Comparons avec les résultats expérimentaux de J. Brochard [12]. Le rapport des probabilités de transition pour les raies $3^1D \to 2^3P_{1,2}$ (5 874,48 Å) et $3^1D \to 2^1P$ (6 678,15 Å) est $R = 3.10^{-4}$. Repassons aux éléments de matrice de $\mathbf{r}$. Avec nos notations, le résultat de Brochard se traduit par

$$\frac{|\mathbf{r}_{13'}|^2 + |\mathbf{r}_{14'}|^2}{|\mathbf{r}_{11'}|^2} = \left(\frac{5\,874,48}{6\,678,15}\right)^3 \cdot 3.10^{-4} = 2,05.10^{-4}.$$

Or, nos formules donnent

$$|\mathbf{r}_{13'}|^2 = 2,53.10^{-4}\,|\mathbf{r}_{33'}|^2$$

et

$$|\mathbf{r}_{14'}|^2 = 2,53.10^{-4}\,|\mathbf{r}_{34'}|^2.$$

D'après un mémoire d'Hylleraas [13] la somme $|\mathbf{r}_{33'}|^2 + |\mathbf{r}_{34'}|^2$ est égale à $18,95\,a^2$, tandis que $|\mathbf{r}_{11'}|^2 = 24,27\,a^2$. On en conclut :

$$\frac{|\mathbf{r}_{13'}|^2 + |\mathbf{r}_{14'}|^2}{|\mathbf{r}_{11'}|^2} = 2,53.10^{-4}\,\frac{18,95}{24,27} = 1,98.10^{-4}.$$

L'accord entre la théorie et l'expérience est excellent.

Brochard examine ensuite le cas de la raie $3^3D_{1,2} \to 2^1P$. Il trouve $1,8.10^{-4}$ comme rapport de son intensité à celle de $3^1D \to 2^1P$. Les formules théoriques montrent que seule intervient en pratique la composante $3^3D_2 \to 2^1P$. Nous admettons que les niveaux 3^3D_2 et 3^1D_2, de même poids statistique et d'énergies très voisines, sont également

peuplés. Comme les fréquences sont pratiquement les mêmes pour les deux raies, le rapport des intensités est égal au rapport des carrés des éléments des matrices. On trouve donc ici, d'après les formules théoriques $2{,}53 \cdot 10^{-4}$. L'accord avec l'expérience est encore suffisant, étant donné les incertitudes.

4. **Effet Zeeman.** — Si un champ magnétique extérieur $\mathcal{H}$ est appliqué, le hamiltonien comprend le terme supplémentaire H_5 qui s'écrit aussi

$$H_5 = \mu \mathcal{H} (j_z + s_z).$$

L'énergie additionnelle, rapportée à l'unité $\mu^2 \overline{r^{-3}}$, est multiple de la quantité

$$\omega = \frac{\mathcal{H}}{\mu \overline{r^{-3}}}.$$

Numériquement, si $\mathcal{H}$ est exprimé en gauss,

$$\omega_{2P} = 2{,}847 \cdot 10^{-4}\, \mathcal{H},$$
$$\omega_{3D} = 6{,}47 \cdot 10^{-3}\, \mathcal{H}.$$

L'opérateur H_5 lève la dégénérescence en m_j quand elle existe. Considérons le groupe des états de nombre quantique orbital l. Il existe un seul sous-niveau de nombre quantique $m_j = l + 1$ et un seul de nombre quantique $m_j = -l - 1$. Ces sous-niveaux appartiennent à l'état triplet de nombre quantique $j = l + 1$. Leurs positions sont données par

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon(m_{j=l+1}) &= \varepsilon_2 + (l+2)\,\omega, \\ \varepsilon(m_{j=-l-1}) &= \varepsilon_2 - (l+2)\,\omega. \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Pour $mj = \pm l$ la dégénérescence initiale est d'ordre 3, car l'état de nombre quantique $j = l - 1$ n'intervient pas. L'équation séculaire est la suivante :

$$\begin{vmatrix} \varepsilon - \varepsilon'_1 \pm l\omega & 0 & -\sqrt{l(l+1)}\, Z_1 \\ 0 & \varepsilon - \varepsilon_2 \pm \dfrac{l(l+2)}{l+1}\,\omega & \dfrac{\sqrt{l}}{l+1}\,\omega \\ -\sqrt{l(l+1)}\, Z_1 & \dfrac{\sqrt{l}}{l+1}\,\omega & \varepsilon - \varepsilon'_3 \pm l\left[1 + \dfrac{1}{l(l+1)}\right]\omega \end{vmatrix} = 0. \qquad (10)$$

Dans la diagonale principale le signe $+$ correspond à $m_j = -l$ et le signe $-$ à $m_j = +l$.

Enfin pour $|m_j| \leq l - 1$, la dégénérescence initiale est d'ordre quatre et il faut résoudre en principe l'équation séculaire du quatrième degré :

$$\begin{vmatrix} \varepsilon - \varepsilon'_1 - m\omega & 0 & -\sqrt{l(l+1)}\, Z_1 & 0 \\ 0 & \varepsilon - \varepsilon_2 - \dfrac{l+2}{l+1}\, m\omega & \dfrac{\omega}{l+1}\sqrt{\dfrac{l(l+m+1)(l-m+1)}{2l+1}} & 0 \\ -\sqrt{l(l+1)}\, Z_1 & \dfrac{\omega}{l+1}\sqrt{\dfrac{l(l+m+1)(l-m+1)}{2l+1}} & \varepsilon - \varepsilon'_3 - \left[1 + \dfrac{1}{l(l+1)}\right] m\omega & \dfrac{\omega}{l}\sqrt{\dfrac{(l+1)(l-m)(l+m)}{2l+1}} \\ 0 & 0 & \dfrac{\omega}{l}\sqrt{\dfrac{(l+1)(l-m)(l+m)}{2l+1}} & \varepsilon - \varepsilon_4 - \dfrac{l-1}{l}\, m\omega \end{vmatrix} = 0. \qquad (11)$$

Dans la pratique, seule la structure fine des triplets P est suffisante pour que l'effet Paschen-Back des sous-niveaux ne soit pas toujours total. Elle est d'autre part assez petite devant la distance triplet-singulet pour que les deux systèmes de termes puissent être regardés comme séparés. Les équations (10) et (11) sont solubles plus aisément, puisqu'on peut négliger le terme $-\sqrt{l(l+1)}\, Z_1$. Les solutions sont indiquées dans la publication [10]. On trouve, pour $m_j = \pm l = \pm 1$,

$$-4\eta_1 \pm \frac{3\omega}{2} - \sqrt{(Z_2 + 6\eta_1)^2 + \frac{\omega^2}{4}}$$

et

$$-4\eta_1 \pm \frac{3\omega}{2} + \sqrt{(Z_2 + 6\eta_1)^2 + \frac{\omega^2}{4}}.$$

Quant à l'équation du troisième degré, qui se déduit de (11) et donne la décomposition du triplet pour $m_j = 0$, le plus commode est de la résoudre numériquement.

Pour les états D et, plus généralement, pour les états de nombre quantique orbital supérieur à 1, l'effet Paschen-Back est total, car l'écart Zeeman normal est très supérieur à l'écart de structure fine pour les valeurs de champ $\mathcal{H}$ utilisées en pratique.

Sauf pour les états P à effet Paschen-Back partiel, les bonnes fonctions d'onde en approximation d'ordre zéro ne sont plus Φ_1, Φ_2, Φ_3, Φ_4, mais

$$\left.\begin{aligned} \Psi_1 &= \frac{1}{2}\,(\psi_2 - \psi_3 - \psi_{2'} + \psi_{3'}), \\ \Psi_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\psi_1 - \psi_{1'}), \\ \Psi_3 &= \frac{1}{2}\,(\psi_2 + \psi_3 - \psi_{2'} - \psi_{3'}), \\ \Psi_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\psi_4 - \psi_{4'}). \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Elles sont fonctions propres de la partie importante $H_0 + H_1 + H_5$ du hamiltonien et appartiennent aux valeurs propres $E + K + m\omega$; $E - K + (m+1)\omega$; $E - K + m\omega$; $E - K + (m-1)\omega$. Les interactions H_2, H_3, H_4 se rassemblent en une somme δH qui représente une petite perturbation. D'après la théorie habituelle, les fonctions (12) doivent être complétées par des termes du premier ordre en δH. Elles deviennent

$$\Psi_i + \sum_{j \neq i} \frac{(\delta H)_{ij}}{E_i - E_j} \psi_j.$$

En particulier, la fonction d'onde du singulet s'écrit

$$\Psi_1 - \frac{Z_1}{2K - \omega} \sqrt{\frac{(l+m)(l-m+1)}{2}}\, \Psi_2 - \frac{mZ_1}{2K} \Psi_2 + \frac{Z_1}{2K + \omega} \sqrt{\frac{(l-m)(l+m+1)}{2}}\, \Psi_4. \tag{13}$$

Si ω est petit devant $2K$, on retrouve l'expression (8), comme on le voit en rapprochant (1), (8) et (12). Si ω est de l'ordre de $\frac{2K}{10}$, il existe une sorte de distorsion qui se traduira par une dissymétrie de l'effet Zeeman. Enfin (13) devient tout à fait faux si ω est du même ordre que $2K$, c'est-à-dire si la séparation magnétique est du même ordre que la distance singulet-triplet.

Nous étudions, en particulier, la transition $3^1D \rightarrow 2^3P_{1,2}$. En présence d'un champ de 7 000 gauss le nombre j n'est plus un bon nombre quantique. C'est pourquoi il faut écrire simplement dans ce cas $3^1D \rightarrow 2^3P$. La décomposition magnétique de 2^3P se déduit du graphique de la publication [10]. Un champ de 7 020 gauss correspond à la valeur simple $\omega_{2P} = 2$, que nous adoptons. La position des neuf sous-niveaux, comptée à partir de la position invariable du centre de gravité du triplet est la suivante :

m_j	
2	0,85 cm⁻¹
1	0,56 et 0,22₅
0	0,94₅; +0,04₅; —0,32
—1	—0,76 et —0,42₅
—2	—1,12

Pour 3^1D la décomposition est normale, les cinq sous-niveaux ayant l'équidistance 0,33 cm⁻¹. L'expression (13) convient pour les fonctions d'onde, car $2K = 460$ et $\omega_{3D} = 46$.

D'après les résultats du paragraphe 3, le mélange des fonctions d'onde du singulet et du triplet, responsable de l'intercombinaison, n'est sensible que pour les états D. Pour 2^3P, on obtiendra les fonctions d'onde en prenant la forme (12), si l'effet Paschen-Back est total, ou en faisant une résolution numérique si l'effet Paschen-Back est partiel.

Les calculs se déroulent ensuite comme tous les calculs d'effet Zeeman et ne seront pas reproduits. Les résultats sont les suivants :

Composantes π. Emplacement (cm⁻¹).	Intensité relative.	Composantes σ. Emplacement (cm⁻¹).	Intensité relative.
—0,95	15	—1,27	9
—0,23	99	—0,62	5
—0,19	49	—0,56	37
—0,05	59	—0,52	13
+0,10	40	—0,37	58
0,32	48	—0,23	80
0,43	66	—0,01	3
0,46	33	0,10	41
		0,28	3
		0,43	80
		0,65	47
		0,76	25
		0,79	8

Les aspects de l'effet Zeeman sont indiqués sur les figures 2 et 3.

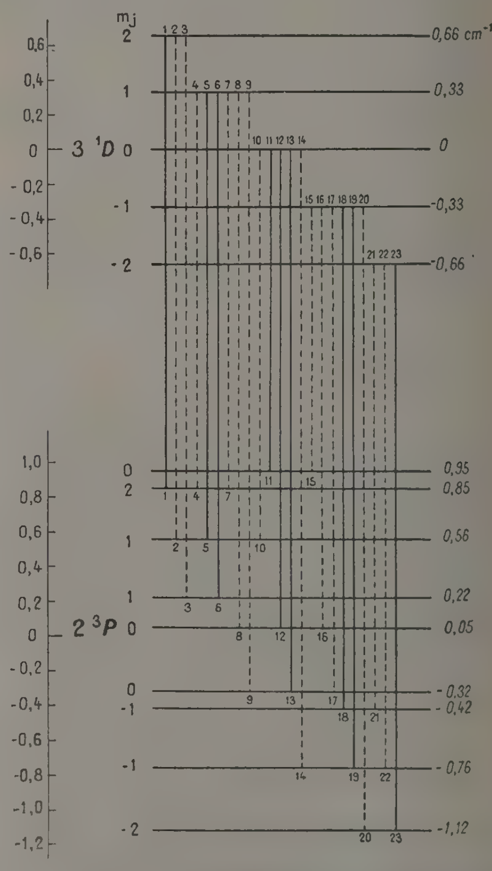


Fig. 2. — Schéma des transitions dans l'effet Zeeman de $3^1D \rightarrow 2^3P$ pour un champ de 7 020 gauss. En traits pleins les composantes π; en pointillé les composantes σ.

Comparons à l'expérience. L'observation est très difficile, car la raie d'intercombinaison se situe dans le pied de la raie intense $3^3D \rightarrow 2^3P$. Dans un champ de 7 000 gauss, on aperçoit deux maxima d'intensité à peu près symétriques par rapport à la position initiale en l'absence de champ, et ceci aussi bien pour les composantes π que σ. L'écart est plus grand pour les secondes que pour les premières. Qualitativement, l'aspect est celui que donnerait un rayonnement quadrupolaire. Et d'ailleurs en observation longitudinale l'écart entre les composantes circulairement polarisées de sens inverse est de l'ordre de l'écart propre à ce mode de rayonnement non forcé. C'est ce qui a amené J. Brochard et P. Jacquinot [5], [12] à annoncer qu'ils n'avaient pas affaire à un rayonnement dipolaire. Mais les schémas des figures 2 et 3 leur ayant été soumis, ils ont estimé, dans une communication orale, que les calculs théoriques paraissent bien d'accord avec leurs expériences. En effet :

a. Les composantes voisines prévues, aussi bien π que σ, s'agglomèrent en deux groupes non résolus, ce qui rend bien compte des maxima d'intensité.

b. Les écarts des maxima, en observation transversale, sont inférieurs, d'après un nouvel examen, à ceux que donnerait un rayonnement quadrupolaire, et sont de l'ordre des écarts prévus théoriquement.

En résumé, les interactions spin-orbite et spin spin telles qu'elles sont écrites actuellement rendent suffisamment compte des intercombinaisons observées.

Remarquons enfin, que les effets Zeeman des raies d'intercombinaison sont tout à fait particuliers. Pour $3^1D \rightarrow 2^3P$, c'est l'intervention de l'état 3^3D_2 dans l'état 3^1D qui est cause de la transition. On pourrait donc s'attendre à une certaine ressemblance avec l'effet Zeeman de $3^3D \rightarrow 2^3P$.

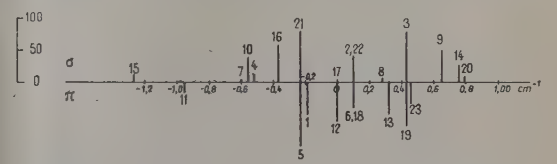


Fig. 3. — Effet Zeeman de la raie $3^1D \rightarrow 2^3P$ dans un champ de 7 020 gauss.

Il n'en est rien, car pour ce dernier l'effet Paschen-Back des états 3^3D est pratiquement réalisé, tandis que pour l'effet Zeeman de la raie d'intercombinaison la fonction d'onde intervenant dans le calcul reste celle de 3^3D_2, comme dans l'effet Zeeman anormal, quelles que soient les valeurs du champ (avec cependant la restriction $\omega < 2K$).

Manuscrit reçu le 9 mai 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Jacquinot P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1939, **208**, 1896.
[2] Lyman Th. — *Nature*, London, 1922, **110**, 278; *Astrophys. J.*, 1924, **60**, 11.
[3] Brochard J. et Jacquinot P. — *Ann. Physique*, 1945, **20**, 509.
[4] Brochard J., Jacquinot P. et Pluvinage P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1945, **220**, 38.
[5] Brochard J. et Jacquinot P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1946, **223**, 507.
[6] Houston W. V. — *Phys. Rev.*, 1929, **33**, 297.
[7 Breit G. — *Phys. Rev.*, 1929, **34**, 553; 1930, **36**, 383; 1932, **39**, 616.
[8] Araki G. — *Proc. phys. math. Soc. Japan*, 1937, **19**, 12 .
[9] Heisenberg W. — *Z. Physik*, 1926, **39**. 499.
[10] Hornecker G. et Pluvinage P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1952, **234**, 1438.
[11] Sugiura Y. — *Z. Physik*, 1927, **44**, 190.
[12] Brochard J. — *Ann. Physique*, 1951, **6**, 108.
[13] Hylleraas E. A. — *Z. Physik*, 1937, **106**, 395.

MESURE DU RAPPORT DES SECTIONS EFFICACES D'ACTIVATION DU MANGANÈSE ET DE FISSION DE L'URANIUM EN NEUTRONS THERMIQUES. REDÉTERMINATION DE LA DENSITÉ NEUTRONIQUE ÉTALON DE CHATILLON

Par MM. R. BARLOUTAUD et A. LÉVÈQUE,

Service de Physique nucléaire, Commissariat à l'Énergie atomique, Laboratoire du Fort de Châtillon, Fontenay-aux-Roses.

Sommaire. — La valeur, connue avec précision, de la section efficace de fission de l'uranium naturel par neutrons thermiques, a permis :

a. de déterminer à 2,5 pour 100 près, la section efficace d'activation du manganèse, élément utilisé pour la mesure des densités de neutrons thermiques;

b. de redéterminer, à 2 pour 100 près, la densité neutronique étalon de Châtillon.

1. Mesure du rapport $\frac{\sigma_{Mn}}{\sigma_U}$. — Le manganèse étant couramment utilisé pour la mesure des flux et densités neutroniques, nous avons cherché à préciser la valeur de sa section efficace d'activation σ_{Mn} par les neutrons thermiques. Les mesures de cette section efficace par la méthode d'activation, parvenues à notre connaissance [1], présentent une grande dispersion et leur précision n'est pas toujours indiquée.

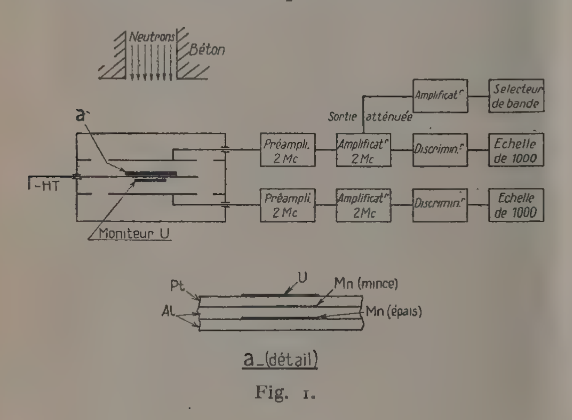


Fig. 1.

Nous l'avons donc comparée à la section efficace, σ_U, de fission de l'uranium par neutrons thermiques connue avec précision. La méthode suivante a été utilisée : une couche mince d'uranium naturel et une couche mince de manganèse, placées dans une chambre d'ionisation, sont irradiées simultanément par un flux constant de neutrons sortant d'un canal radial de la pile à eau lourde de Châtillon. Le dispositif expérimental est schématisé sur la figure 1.

Les fragments de fission émis dans la chambre d'ionisation sont comptés pendant l'irradiation, puis l'activité absolue du manganèse est mesurée. La masse d'uranium est déduite de son activité α et celle du manganèse est connue par analyse chimique.

Dans ces conditions, on trouve facilement que

$$\frac{\sigma_{Mn}}{\sigma_U} = \frac{M_{Mn}}{M_U}\,\frac{1}{k}\,\frac{A_\alpha}{m}\,\frac{A_{Mn}}{F} = (1,844 \pm 0,002).10^{-2}\frac{A_{Mn}}{m}\,\frac{A_\alpha}{F},$$

A_α est le nombre de particules α émises par seconde dans l'angle solide 2π par la couche d'uranium;

F est le nombre de fissions par seconde provoquées par les neutrons au cours de l'irradiation;

A_{Mn} est l'activité à saturation du manganèse due aux neutrons du flux utilisé;

m est la masse du manganèse en milligrammes;

M_{Mn} et M_U sont les masses atomiques du manganèse et de l'uranium naturel;

k est le nombre de particules α émises par milligramme d'uranium et par seconde dans l'angle solide 2π [2].

La numération des particules α et des fragments de fission a été effectuée en tenant compte de la formule de rétrodiffusion de Crawford [3] ainsi que de l'auto-absorption dans la couche dont l'épaisseur effective a été déterminée à l'aide de la méthode décrite par ailleurs [4]. En particulier les impulsions dues aux fissions étaient dirigées d'une part vers un discriminateur et d'autre part vers un sélecteur d'impulsions (*fig.* 1). Ceci permettait d'étudier simultanément la distribution en énergie des fragments de fission ralentis et de compter pendant toute l'irradiation ceux dont l'énergie est au-dessus d'un seuil fixe. La mesure absolue de l'activité β du manganèse est effectuée suivant la méthode exposée par ailleurs [5], au moyen d'un compteur à angle solide total. On a en particulier tenu compte de l'absorption des rayons β dans la couche de manganèse elle-même et dans son support. Ces couches ont une masse superficielle de l'ordre de 0,5 mg/cm². Dans ce domaine d'épaisseur la correction d'absorption est de $0,37 \pm 0,1$ pour 100 par milligramme par centimètre carré [5]. Le temps

mort imposé à l'appareillage électronique mesuré par une décroissance d'iode de période 25 m, est de $1,05 \pm 0,03 . 10^{-3}$ s.

Pour éliminer l'influence des neutrons épicadmiques nous avons mesuré les rapports de cadmium (1) pour le manganèse et l'uranium. Le facteur de correction introduit sur $\frac{A_{Mn}}{F}$ est égal à $0,995 \pm 0,005$ (2). Nous avons également tenu compte des corrections suivantes :

a. Variation de l'intensité du flux de neutrons au cours de l'irradiation. — Pour connaître cette variation en valeur relative nous avons toujours utilisé une chambre d'ionisation double; un dépôt d'uranium de grande surface, placé dans la seconde moitié de cette chambre servait de moniteur de flux (*fig.* 1). La correction d'activation introduite par cette variation a toujours été négligeable.

b. Inhomogénéité du flux. — Trois dépôts d'uranium ont été utilisés, deux de 2 cm de diamètre (égal à celui des détecteurs de manganèse) (3), l'autre de 5 cm de diamètre. Pour se rendre compte de l'effet d'inhomogénéité du flux, l'un des dépôts de 2 cm et celui de 5 cm ont été placés concentriquement dans chacune des moitiés de la chambre (*fig.* 2). Le rapport des valeurs du flux mesurées avec la grande et la petite source est de $1,018 + 1,1$ pour 100. Cette correction a été apportée dans les

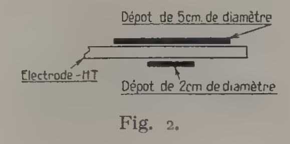


Fig. 2.

irradiations où le plus grand dépôt d'uranium était utilisé.

c. Absorption des neutrons thermiques par le support de platine de la couche d'uranium, le détecteur de manganèse étant placé derrière (fig. 1 a). — Cette absorption est voisine de 0,3 pour 100 dans les cas les plus défavorables.

Cinq irradiations ont été faites, dont les résultats sont résumés dans le tableau I.

TABLEAU I.

	1.	2.	3.	4.	5.
F (par seconde)	$0,480 \pm 2$ %	$7,64 \pm 1,4$ %	$2,218 \pm 1,2$ %	$5,565 \pm 1,4$ %	$2,444 \pm 1$ %
A_{α} (par minute)	$38,87 \pm 1,6$ %	$452,6 \pm 0,6$ %	$138,3 \pm 1$ %	$452,6 \pm 0,6$ %	$138,3 \pm 1$ %
A_{Mn} (par seconde) ..	$175,7 \pm 0,9$ %	$206,5 \pm 0,9$ %	$464 \pm 1,4$ %	$166,8 \pm 1,3$ %	$237,4 \pm 1$ %
m_{Mn} (mg)	$1,234 \pm 2$ %	$1,206 \pm 2$ %	$3,00 \pm 5$ %	$1,344 \pm 1$ %	$1,272 \pm 2$ %
$\frac{\sigma_{Mn\,th}}{\sigma_{U\,th}}$	$3,373 \pm 3,4$ %	$3,088 \pm 2,7$ %	$2,935 \pm 5,4$ %	$3,072 \pm 2,2$ %	$3,076 \pm 2,7$ %

Les masses de manganèse ont été obtenues par analyse chimique (4) au cours de laquelle le manganèse est transformé en périodate; il suffit de l'introduction d'une faible quantité de substances organiques au cours de cette transformation pour diminuer le résultat de l'analyse d'une façon appréciable; au contraire, une erreur systématique dans l'autre sens est beaucoup moins probable. Nous verrons plus loin que les mesures de densité neutronique étalon, qui ne font pas intervenir les dosages chimiques, montrent la cohérence des mesures physiques entre les irradiations 1, 2 et 3. Or, la valeur de $\frac{\sigma_{Mn}}{\sigma_U}$, tirée de la première expérience s'écarte très nettement des autres valeurs par excès. Nous avons donc pensé qu'il y avait effectivement une erreur systématique par défaut dans le premier dosage et nous n'avons pas tenu compte du résultat de la première expérience dans la détermination de la section efficace.

La moyenne pondérée des résultats donne alors

$$\frac{\sigma_{Mn}}{\sigma_U} = 3,057 \pm 0,055.$$

Il s'agit là de la valeur du rapport des sections efficaces moyennes dans un certain flux de neutrons dans la région thermique, elle n'a pas *a priori* de signification intrinsèque.

Mais on sait que dans la région thermique σ_{Mn} suit une loi en $\frac{1}{v}$ [7] et il est par ailleurs couramment admis que σ_U suit la même loi. De plus :

1° le rapport de cadmium de l'uranium mesuré a été trouvé égal à $69,3 \pm 5$ pour 100, il est compatible avec celui trouvé par d'autres auteurs à la sortie d'un canal de la pile à eau lourde d'Argonne [8].

2° Les rapports de Cd obtenus avec une couche d'uranium et un compteur proportionnel à BF^3, placé à la sortie d'un canal de la pile complètement

(1) Le rapport de Cd, pour un détecteur de neutrons, est le rapport des activités de ce détecteur sans et avec Cd. Le facteur de correction à introduire est donc $1 - \frac{1}{R_{Cd}}$.

(2) L'erreur indiquée dans ce travail est « la précision » égale à $\sqrt{2}$ erreur quadratique moyenne.

(3) Les dépôts ont été obtenus par évaporation thermique [6]. Ceux de manganèse, dont les masses superficielles sont de l'ordre de 0,6 mg/cm², sont effectués sur feuille d'aluminium de 2,7 mg/cm². Ceux d'uranium (masses superficielles de l'ordre de 1/10e de milligramme par centimètre carré) sont effectués sur platine d'épaisseur 5 et 50 μ.

(4) Nous remercions vivement M. Gaude, qui a bien voulu effectuer ces analyses.

débouché, ont été trouvés égaux à environ 10 pour 100 près.

Si l'on admet effectivement que les deux sections efficaces suivent la loi en $\frac{1}{v}$ dans la région thermique, on peut alors écrire

$$\frac{\sigma_{Mn}(0,025\text{ eV})}{\sigma_U(0,025\text{ eV})} = 3,057 \pm 0,055.$$

En prenant pour σ_U (0,025 eV) (5) :

$$\sigma_U(0,025\text{ eV}) = 3,915 \pm 0,055.10^{-24}\text{ cm}^2.$$

On en déduit

$$\sigma_{Mn}^{\text{activation}}(0,025\text{ eV}) = 12,0 \pm 0,3.10^{-24}\text{ cm}^2.$$

Cette valeur est en bon accord avec celles déduites des expériences d'absorption dans les piles [10]; elle justifie l'emploi du manganèse pour des mesures précises de flux et densités de neutrons thermiques.

2. **Mesure de la densité neutronique étalon de Châtillon (octobre 1951).** — Cette densité étalon ρ_{10} qui existe dans une grande cuve d'eau à 10 cm d'une source de 620 mC de Ra-Be placée au centre, avait été précédemment définie et trouvée égale à 0,0492 ± 0,0014 (6) en mai 1949 [5].

Le dispositif expérimental décrit précédemment a été utilisé pour redéterminer sa valeur.

La mesure s'est effectuée comme suit :

Dans les irradiations 1, 2 et 3 (tableau I) des détecteurs dont la masse superficielle est de l'ordre de 3 mg/cm² ont été irradiés en même temps que les autres. Ils avaient été préalablement irradiés dans la densité ρ_{10}. L'emploi de détecteurs plus épais que ceux utilisés pour la mesure de σ_{Mn} était imposé par la faiblesse des activités après irradiation dans la densité étalon. Pour la même raison leur mesure était effectuée dans un compteur à grand angle solide; ces mesures étant relatives ne nécessitaient pas de correction d'auto-absorption β.

On montre aisément que

$$\rho_{10}\sigma_U(v_0) = \frac{10^{-3}kM_U}{Nv_0}\frac{A_{10}}{A_P}\frac{F}{A_\alpha} = 2,24.10^{-23}\frac{A_{10}}{A_P}\frac{F}{A_\alpha},$$

A_P est l'activité à saturation après irradiation à la pile du détecteur épais de manganèse;

A_{10} est son activité à saturation après irradiation à 10 cm de la source;

v_0 est la vitesse thermique, soit 2.2.10⁵ cm/s.

N est le nombre d'Avogadro.

Les autres symboles ayant les mêmes significations que précédemment.

Nous avons tenu compte de l'activité due aux neutrons de résonance du manganèse; sa contribution à l'activité totale est égale à 1,2 ± 0,3 pour 100 [5].

Les trois irradiations ont donné les résultats portés sur le tableau II. (On y a aussi reproduit les valeurs de F et A_α relatives à ces irradiations).

Tableau II.

	1.	2.	3.
F	0,480 ± 2 %	7,64 ± 1,4 %	2,218 ± 1,2 %
A_α	38,87 ± 1,6 %	452,6 ± 0,6 %	138,3 ± 1 %
A_P	1458 ± 0,7 %	1945 ± 1,5 %	1843 ± 1,2 %
A_{10}	17,3 ± 0,9 %	17,13 ± 1,1 %	17,3 ± 0,9 %
$\rho_{10}\sigma_U \times 10^{24}$	0,197 ± 2,8 %	0,200 ± 2,4 %	0,202 ± 2,1 %

Nous voyons que ces trois mesures sont parfaitement compatibles; leur moyenne pondérée conduit (compte tenu de l'erreur sur σ_u) à

$$\rho_{10} = 0,0510 \pm 0,001.$$

La mesure a été effectuée à une température voisine de 9° C (7).

Ce travail a été effectué au Fort de Châtillon, sous la direction de M. Berthelot. Nous tenons à remercier M. Cohen pour les conseils constants qu'il a bien voulu nous donner au cours de ce travail ainsi que M. Prugne et M. Léger pour la préparation des couches minces de manganèse et d'uranium utilisées.

(5) Moyenne des valeurs publiées [9] par Facchini, Gatti (d'après une communication personnelle des auteurs la valeur publiée de 3,97 barns doit être abaissée de 0,8 pour 100) et par Autorités de l'Énergie atomique du Canada, du Royaume Uni et des États-Unis.

(6) Cette première mesure, effectuée en mars 1949 à une température d'environ 13° C, reposait sur la valeur de σ_{Mn} que l'auteur avait conventionnellement prise égale à 13,2 barns; dans la mesure actuelle, la densité étalon ne dépend plus que de σ_U, le manganèse ne jouant plus que le rôle d'intermédiaire.

(7) Pour connaître l'influence de la température sur la densité neutronique ρ_{10}, des mesures ont été faites, à des températures de 52 et 2°; le rapport des densités ainsi mesurées est

$$\frac{\rho_{10}(2^\circ)}{\rho_{10}(52^\circ)} = 1,017 \pm 1 \text{ pour } 100.$$

Manuscrit reçu le 21 mars 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Seren L., Friedlander H. N. et Turkel S. H. — *Phys. Rev.*, 1947, **72**, 888. — Hugues D. J., Spatz W. D. B. et Goldstein N. — *Phys. Rev.*, 1781, **75**. — Way K. et Haines G. — Rapport U. S. A., AECD 2138, 1948.

[2] Kienberger C. A. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 1561.

[3] Crawford Transuranium elements T 2, Mc Graw Hill, 1949, p. 1307.

[4] Cohen R., Cotton E. et Lévêque A. — *J. Physique Rad.* (à paraitre).

[5] COHEN R. — *Thèse, Ann. Physique*, 1952, **7**, 185.
[6] PRUGNE P. — *J. Phys. Rad.* (sous presse).
[7] RAINWATER L. J., HARENS W. W., WU G. S. et DUNNING J. R. — *Phys. Rev.*, 1947, **71**, 65. — BENDT P. J. et RUDERMAN I. W. — *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 575.
[8] HARRIS S. P., MUEHLHAUSE C. O. et THOMAS G. E. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 11.
[9] FACCHINI U. et GATTI E. — *Nuovo Cimento*, 1950, **7**, 589. — Autorités de l'Énergie atomique du Canada du Royaume Uni et des États-Unis. — *Atomics* (G. B.), 1951, **2**, 15.
[10] COLMER F. C. W. et LITTLER D. J. — *Proc. Phys. Soc.*, **63**, n° 10, 1175. — HARRIS S. P., MUEHLAUSE C. O., RASMUSSEN S., SHROEDER H. P. et THOMAS G. E. — *Phys. Rev.*, 1950, **80**, 342. — GRIMELAND B., HELLSTRAND E. et NETTER F. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 2089.
[11] FERMI E. — *Neutron Physics*, MDDC 320, 1946.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 13, JUILLET-AOUT-SEPTEMBRE 1952, PAGE 415.

QUELQUES REMARQUES SUR LA PRÉVISION DES NOYAUX β-STABLES A NOMBRE DE MASSE PAIR

Par RAYMOND MOCH.
Laboratoire de Physique atomique et moléculaire, Collège de France, Paris.

Sommaire. — Si les formules semi-empiriques qui relient la masse exacte d'un atome à Z et A étaient satisfaisantes, il serait possible de reconstituer sans omission ni erreur la liste des noyaux β-stables réellement observés.

On a d'abord dressé la liste obtenue à partir de la formule classique indiquée par Bethe. Sa confrontation avec la liste expérimentale des noyaux stables (pour A et Z pairs) met en évidence un grand nombre de prévisions fausses. On a tenu compte ensuite de corrections empiriques suggérées par d'autres auteurs, mais la concordance ne devient jamais parfaite.

L'impossibilité d'avoir recours à ces formules semi-empiriques pour prévoir la stabilité relative des noyaux isobares se trouve ainsi confirmée.

Cette étude critique a été faite en utilisant les conditions théoriques de stabilité d'un noyau, et plus encore certains critères simples, de signification à peu près équivalente, qui améliorent les prévisions. On montre qu'il est intéressant de prendre pour variable la différence $Z_m - P$ entre le Z fractionnaire de l'isobare fictif le plus lourd et le plus grand entier pair qu'il contient.

A l'occasion d'une recherche systématique des corps qui pourraient donner lieu à un éventuel phénomène de radioactivité β double, nous avons été conduits à nous demander s'il était possible de déceler *a priori*, parmi les corps présumés stables, ceux qui auraient en réalité une radioactivité β à vie très longue. Bien que cette question n'ait pu recevoir une réponse, d'ailleurs fragmentaire, que par des méthodes très différentes, il nous semble intéressant de signaler quelques remarques générales que nous avons faites sur la validité de certaines formules empiriques ou semi-empiriques en ce qui concerne la prévision des noyaux stables. Du fait même de leur origine, ces considérations ne visent que la stabilité vis-à-vis de la seule radioactivité β des noyaux dont le nombre de masse est pair.

Les critères simples auxquels nous avons eu recours mettent finalement en évidence l'impossibilité de prévoir *parfaitement* les noyaux stables à partir des formules que nous avons utilisées. Il serait encore plus vain de compter sur elles pour établir lequel de plusieurs isobares stables possède la masse exacte la plus faible.

1. Formule semi-empirique de Bethe-Fermi. — La première idée qui vient à l'esprit est d'utiliser l'une des nombreuses formules semi-empiriques, dérivées de la formule originale de von Weizsäcker, qui relient la masse exacte M d'un atome à son nombre de masse A et à son numéro atomique Z [1]. L'une des plus connues est celle qui a été donnée par Bethe et Bacher et qui est adoptée sous une forme presque identique par Fermi dans son *Cours de Physique nucléaire*. De telles formules sont, en général, valables seulement dans un domaine limité qui dépend surtout des données expérimentales qui ont servi à en fixer les coefficients, mais aussi de la forme mathématique adoptée.

Cependant, la prévision des corps stables exige sans doute moins de précision que celle des énergies disponibles. C'est peut-être pour cela que la formule de Bethe-Fermi a la réputation d'annoncer les corps stables dans l'ensemble du tableau périodique [2]. Nous nous proposons de montrer que cette affirmation doit être un peu tempérée.

Sous la forme qu'en donne Fermi, la formule classique de Bethe s'écrit

$$M(A, Z) = 0{,}99391\, A - 0{,}00085\, Z + 0{,}014\, A^{\frac{2}{3}} + 0{,}083 \frac{\left(\frac{A}{2} - Z\right)^2}{A} + 0{,}000627 \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} + \delta(A, Z). \qquad (1)$$

Pour $A = \text{const.}$, elle conduit à une ou deux paraboles suivant la parité de A, qui intervient dans le facteur $\delta(A, Z)$; si A est pair, on a $\delta = \pm 0{,}036\, A^{-\frac{3}{4}}$ suivant que Z est impair ou pair.

L'abscisse Z_m du sommet des paraboles est fournie par la condition $\frac{\partial M}{\partial Z} = 0$ qui conduit à la relation

$$Z_m(A) = \frac{A}{1{,}98 + 0{,}015\, A^{\frac{2}{3}}} \quad (2)$$

et il est évident que les isobares stables à Z pair correspondront à la valeur paire ou aux valeurs paires de Z les plus voisines de Z_m. C'est donc cette formule (2) qui jouit de la réputation que nous avons mentionnée plus haut.

On sait que (1) ne prédit les masses exactes qu'au dix-millième environ; il y a donc une incertitude dont l'ordre de grandeur varie de 5 MeV pour $A = 50$ à 19 MeV pour $A = 200$. Ainsi, pour $A = 48$ et $Z = 20$, on trouve

$$M_Z - M_{Z+2} = 1{,}67 \cdot 10^{-4} \cdot M_Z$$

et la différence des masses est du même ordre que l'incertitude sur l'une d'elles. Il est donc impossible d'utiliser la formule (1) pour prévoir l'énergie disponible dans une éventuelle transition $Z \to Z + 2$. Mais ceci ne signifie pas pour autant que l'on ne puisse sûrement pas préciser laquelle des deux masses est la plus grande, car les erreurs que l'on commet ne sont pas indépendantes. Par ailleurs, il n'y a pas de raison de supposer *a priori* que les coefficients, s'ils varient, le fassent toujours d'une manière discontinue ou même rapide.

Nous allons examiner successivement deux questions qui se posent à propos des noyaux stables.

a. Prévision rigoureuse des isobares stables (*A pair, Z pair*) *et de leur nombre.* — Pour une valeur donnée paire de A, le nombre des isobares stables (à Z pair) peut se déduire de la formule (1) par un calcul simple. Si l'on pose

$$\mu(A) = \frac{A^{\frac{1}{4}}}{2{,}31 + 0{,}0174\, A^{\frac{2}{3}}},$$

on aboutit, A et Z étant tous deux supposés pairs, aux conditions suivantes :

— Conditions pour l'existence du seul noyau stable (A, Z) :

$$Z_m(A) - \mu(A) - \frac{1}{2} < Z < Z_m(A) + \mu(A) + \frac{1}{2}; \quad (3)$$

— Conditions pour l'existence du doublet isobare stable (A, Z), $(A, Z + 2)$:

$$Z_m(A) - \mu(A) - \frac{1}{2} < Z < Z_m(A) + \mu(A) - \frac{3}{2}; \quad (4)$$

— Conditions pour l'existence du triplet isobare stable (A, Z), $(A, Z + 2)$, $(A, Z + 4)$:

$$Z_m(A) - \mu(A) - \frac{1}{2} < Z < Z_m(A) + \mu(A) - \frac{7}{2}. \quad (5)$$

Les quatre courbes

$$Z_0(A) = Z_m(A) - \mu(A) - \frac{1}{2},$$

$$Z_1(A) = Z_m(A) + \mu(A) + \frac{1}{2},$$

$$Z_2(A) = Z_m(A) + \mu(A) - \frac{3}{2},$$

$$Z_3(A) = Z_m(A) + \mu(A) - \frac{7}{2},$$

déterminent les régions où l'on pourra rencontrer les singlets, les doublets et les triplets. Quand on trace ces courbes, on constate :

— que les conditions (5) ne peuvent jamais être vérifiées;

— que les conditions (4) peuvent l'être pour $A > 6$;

— que les conditions (3) peuvent l'être, quel que soit A.

Pour dresser une liste complète des noyaux β-stables (A pair, Z pair) prévus par la formule (1), il suffit de noter les points de coordonnées entières paires situés dans chaque région autorisée.

La figure 1 permet de suivre l'établissement de cette liste pour les valeurs de A comprises entre 70 et 110.

Le tableau (B *a*) indique les valeurs de A pour lesquelles la prévision se révèle exacte ou fausse.

Pour $30 \leq A \leq 242$, la liste ainsi établie contient 184 noyaux prévus comme devant être stables; 158 d'entre eux seulement le sont effectivement. Mais on constate que 23 noyaux effectivement stables ne figurent pas sur la liste, et n'obéissent donc pas aux conditions (3), (4) et (5).

Ces conditions, qui [aux approximations de calcul [1] près] auraient dû être rigoureusement respectées, ne le sont pas. Nous allons donc les abandonner, et examiner la validité, déjà douteuse, de la formule (1) à la lumière d'un critérium moins rigoureux, que nous utiliserons ensuite pour apprécier la valeur d'autres hypothèses empiriques.

Remarque. — Les conditions pour l'existence du triplet isobare (A, Z), $(A, Z + 1)$, $(A, Z + 2)$ ont une forme un peu plus compliquée

$$Z_m - 2 < Z < \frac{A}{3A - 2Z_m}[3Z_m - \mu(A) - 4].$$

Dans les deux cas de ce type que nous rencontrerons ($A = 50$ et $A = 138$), on possède d'ailleurs

[1] On a négligé dans leur calcul la masse du neutrino et l'énergie d'un électron K. Ces conditions (3), (4) et (5) sont voisines de celles dont Mme Joliot-Curie a fait usage dans l'article auquel nous nous référons plus bas.

peu de renseignements sur le noyau $Z + 1$, dont la stabilité semble toutefois confirmée.

b. Prévision des isobares les plus stables (*A pair, Z pair*). — Nous allons nous attacher maintenant à critiquer la liste des isobares stables possibles, et non leur nombre.

Si l'on exclut la possibilité qu'il y ait des isobares stables A pair, Z impair (²), on peut admettre qu'une valeur de Z_m très voisine d'un nombre entier impair I devrait entraîner une probabilité égale de stabilité pour les isobares pairs $Z = I - 1$ et $Z = I + 1$. De même, une valeur de Z_m très proche du nombre entier pair $I - 1$ ne devrait permettre que la stabilité du noyau $I - 1$ (entouré à la rigueur des noyaux stables $I - 3$ et $I + 1$). Dans le cas intermédiaire, on doit considérer que la probabilité d'existence est plus grande pour $I - 1$ que pour $I + 1$, sans préciser cependant si l'on s'attend ou non à observer le noyau $I + 1$.

Pour simplifier la classification, nous avons exprimé ces conditions élémentaires sous une forme numérique, naturellement assez arbitraire.

P désignant le plus grand nombre entier pair compris dans Z_m, nous avons admis le critérium (6) ci-dessous :

a. Pour $0 \leqq Z_m - P \leqq 0{,}25$, seul devrait être stable le noyau $Z = P$ (ou le triplet $P - 2$, P, $P + 2$);

b. Pour $0{,}25 < Z_m - P < 0{,}75$, $Z = P$ a plus de chances d'être stable que $Z = P + 2$;

c. Pour (³) $0{,}75 \leqq Z_m - P \leqq 1{,}25$, les noyaux P et $P + 2$ ont des chances équivalentes d'être observés, avec une légère priorité pour P si $Z_m < P + 1$, et pour $P + 2$ si $Z_m > P + 1$;

d. Pour $1{,}25 < Z_m - P < 1{,}75$, le noyau $P + 2$ a plus de chances d'être stable que le noyau P;

e. Pour $1{,}75 \leqq Z_m - P \leqq 2{,}00$, le noyau $P + 2$ seul devrait être observé (et, à la rigueur, le triplet P, $P + 2$, $P + 4$). (6)

On calcule alors, au moyen de (2), les valeurs de Z_m pour des valeurs paires de A et l'on en déduit, d'après le critérium précédent, les noyaux stables que l'on s'attend à observer (⁴). On considérera que la confrontation des valeurs de Z ainsi prévues avec les numéros atomiques des noyaux réellement stables donne un résultat :

— *soit satisfaisant :* dans les cas a et e, s'il existe un seul noyau stable et si son Z est celui que l'on avait prévu (ou si l'on rencontre le triplet $P - 2$, P, $P + 2$ dans le cas a ou le triplet P, $P + 2$, $P + 4$ dans le cas e);

dans les cas b et d, si l'on observe les deux corps P

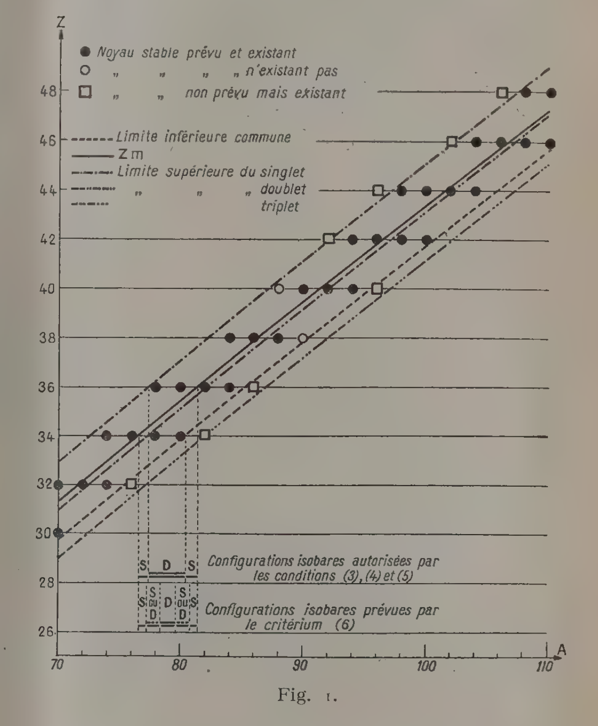


Fig. 1.

et $P + 2$, ou seulement celui des deux qui était indiqué en priorité;

dans le cas c, si l'on observe bien le doublet P, $P + 2$ (ou, à la rigueur, le triplet P, $P + 1$, $P + 2$);

— *soit douteux :* dans les cas a et e, si le noyau qui était prévu est accompagné dans la réalité d'un isobare dont le numéro atomique, quoique éloigné de Z_m, est le moins éloigné de Z_m après le Z prévu;

dans le cas c, si l'on observe un seul noyau stable, mais bien celui qui avait été prévu comme un peu plus probable que l'autre;

— *soit nettement mauvais :* dans tous les cas où l'ordre des priorités n'est pas respecté par les corps stables réels.

Remarque. — On a, bien entendu, considéré comme stable tout corps α-actif présumé non radioactif β. Nous nous sommes principalement référés, pour l'ensemble de ce travail à [3].

L'étude que nous avons faite a porté sur toutes les valeurs de A paires et comprises entre 0 et 242

(²) Dès lors que nous acceptons cette règle d'exclusion suggérée par l'examen de l'ensemble du tableau périodique, les quatre valeurs paires de A (2, 6, 10 et 14), pour lesquelles le seul corps stable existant est à Z impair (1, 3, 5 et 7) échappent à notre étude. On devra également s'attendre à voir surgir des anomalies pour les deux valeurs paires de A (50 et 138) qui donnent lieu à la coexistence d'isobares stables à Z pair et Z impair (triplets du type Z, $Z + 1$, $Z + 2$).

(³) On peut considérer le triplet hétérogène P, $P + 1$, $P + 2$ comme étant à sa place dans cette catégorie.

(⁴) Une confrontation graphique (pour $P = 34$) du critérium (6) et des conditions (3) et (4) a été indiquée en bas de la figure 1. Mais le schéma déduit de (3) et (4) varie légèrement pour chaque valeur de P.

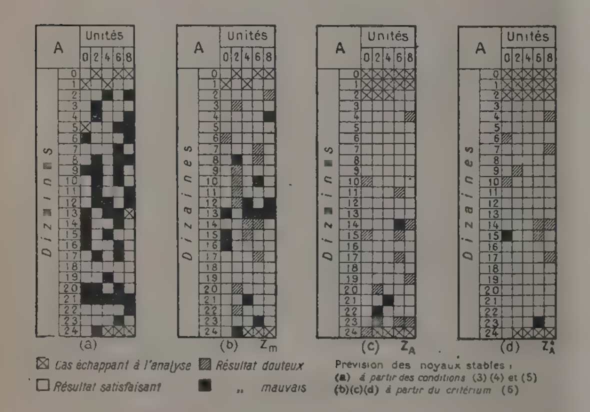
(en excluant les valeurs 2, 6, 8, 10 et 14). Sur les 117 cas ainsi considérés, on constate que le critérium précédent donne des résultats satisfaisants dans 88 cas et douteux dans 15 cas. Il y a 14 valeurs de A pour lesquelles les résultats sont franchement mauvais. L'ensemble des conclusions donne lieu au tableau A ci-dessous.

Tableau A.

Nombre des isobares stables prévus.	réellement observés.	Mombre des cas où il y a accord.	doute.	désaccord formel.
1	1	15	–	–
	2	–	10	5
	3	1	–	1
2 (également stables)	1	–	5	1
	2	20	–	–
	3	1	–	2
2 (inégalement stables)	1	23	–	2
	2	28	–	2
	3	–	–	1
Total............		88	15	14

Le tableau B b indique les valeurs de A qui conduisent à une conclusion douteuse ou inadmissible. On constate qu'il y a accumulation de ces valeurs entre $A = 80$ et $A = 160$, ce qui inciterait à penser que les formules (1) et (2) s'appliquent mal au milieu du tableau périodique. Ceci n'est pas surprenant si l'on songe aux conditions admises par Bethe pour calculer ses coefficients : obtenir les masses rigoureuses de O^{16} et de Hg^{200}, trouver Z_m très voisin de 80 pour $A = 200$. Il est alors logique que (1) et (2) donnent des résultats plus corrects au voisinage de $A = 16$ et $A = 200$ qu'au milieu du tableau.

Tableau B.



Les figures 2, 3 et 4 indiquent (respectivement pour les singlets, les doublets et les triplets) la composition des groupes d'isobares stables que l'on observe dans la réalité en fonction des valeurs de $Z_m - P$. Les résultats que nous considérons en ce moment (Z_m déduit de la formule de Bethe-Fermi) sont précédés des initiales B. F. Chaque case noire représente l'ensemble des isobares stables

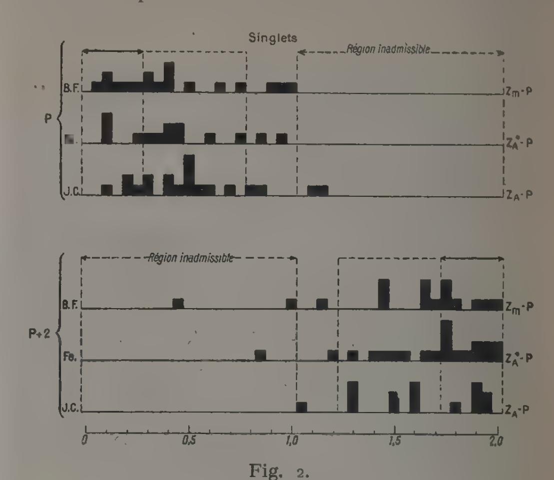


Fig. 2.

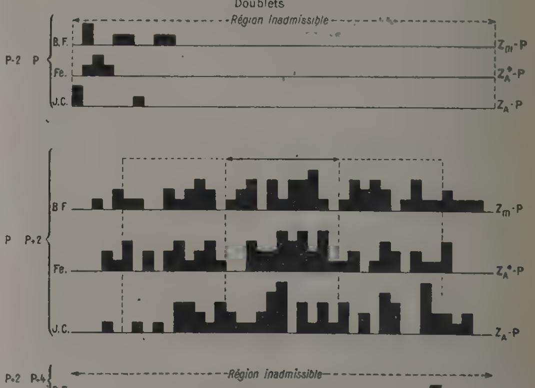


Fig. 3.

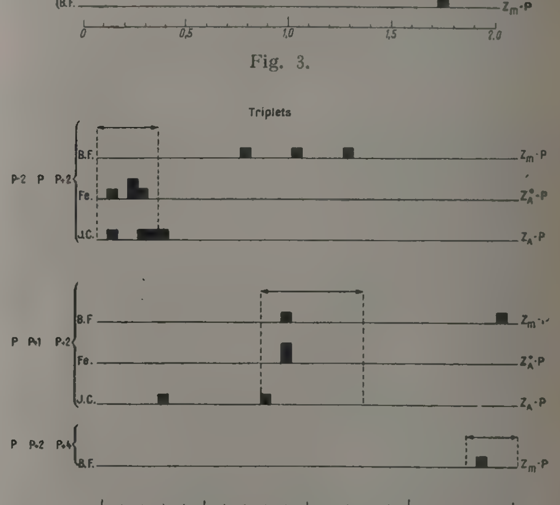


Fig. 4.

existant pour une valeur donnée de A. Dans chaque schéma, une flèche horizontale en trait plein représente la région que le critérium précédent assignait à chaque configuration et dans laquelle on s'attendrait à trouver une accumulation de cases noires. Le prolongement en pointillé de cette flèche figure la région où il n'est, ni prévu, ni choquant de rencontrer le groupement d'isobares correspondant. Enfin, on a signalé les régions où il est inadmissible de rencontrer des cases noires.

On notera :

1° L'existence de certaines configurations dans des zones où elles sont franchement inadmissibles (il s'agit là des désaccords déjà relevés). Par exemple :

— stabilité de P seul pour $1 < Z_m - P < 2$ [5];
— stabilité de $P + 2$ seul pour $0 < Z_m - P < 1$;
— présence de $P - 2$ dans un doublet;
— stabilité de P quand Z_m est au voisinage immédiat de $P + 2$ et de $P + 2$ quand Z_m est au voisinage immédiat de P.

2° Que, pour des valeurs voisines de $Z_m - P$, il arrive très souvent que l'on observe des configurations différentes. Deux éventualités sont à distinguer. Si les différents groupes comprennent un nombre égal de noyaux stables, cette anomalie ne fait que traduire un des désaccords déjà décelés. L'existence de deux groupes différents d'isobares pour une même valeur de $Z_m - P$ peut, au contraire, se révéler beaucoup plus normale si ces deux groupes ne comprennent pas autant d'éléments. Ce sont alors les conditions (3) et (4) qui pourraient jouer pour interdire dans un des cas l'existence d'un doublet et pour l'autoriser dans l'autre. Pour étudier cette seconde éventualité, nous préférerons avoir recours à un critérium empirique très simple imaginé par Mme Joliot-Curie (*op. cit.*) en vue d'un but un peu différent. Mais on voit déjà que la formule (2) ne suffit pas, à elle seule, pour prévoir les corps stables. L'existence de ceux-ci n'est certainement pas plus déterminée par la seule valeur de $Z_m - P$ que par les conditions (3), (4) et (5). Même en faisant appel au critérium de Mme Joliot-Curie, il est peu probable que l'on aboutisse à des conclusions pleinement satisfaisantes, en raison des résultats inadmissibles déjà mentionnés.

3° Que l'existence des triplets isobares s'explique particulièrement mal (tableau C). Seuls pouvaient être prévus les triplets $A = 50$ et $A = 96$. Les quatre autres se situent dans des zones tout à fait incompatibles avec les valeurs de Z_m qui leur correspondent. Or, les masses 124, 130 et 136 présentent un intérêt particulier, notamment dans le cadre de la radioactivité β double.

La conclusion qui s'impose nous semble être que la formule (2), contrairement à ce qui a parfois été énoncé, ne permet pas de prévoir parfaitement les corps β-stables. *A fortiori*, on ne peut espérer en tirer aucun renseignement pratique quant au degré relatif de stabilité de deux isobares présumés stables. Mais, même si elle est trop grossière pour être utilisable, il est pourtant très remarquable que la formule de Bethe-Fermi, directement déduite de considérations théoriques, conduise à des contradictions relativement peu nombreuses avec l'expérience.

Tableau C.

A.	Z_m.	Z.		
50	22,90	22	23	24
96	41,85	40	42	44
124	52,70	50	52	54
130	54,96	52	54	56
136	57,22	54	56	58
138	57,96	56	57	58

2. **Autres courbes fournissant le minimum des paraboles.** — La critique que nous venons de faire, au moyen du critérium (6), des résultats fournis par la formule (2) peut être recommencée d'une manière analogue si l'on remplace les valeurs de Z_m déduites de (2) par des valeurs de Z_m déterminées autrement (en établissant de manière semi-empirique ou totalement empirique quelles valeurs de Z satisfont à $\frac{\partial M}{\partial Z} = 0$).

Il nous a paru intéressant d'indiquer les résultats auxquels on arrive à partir des valeurs de Z_m indiquées par Mme Joliot-Curie (*op. cit.*) et par Feenberg (*op. cit.*). Pour éviter toute confusion, nous désignerons ces valeurs respectivement par les symboles Z_A et Z_A^* utilisés par ces auteurs.

a. Courbe $Z_A = f(A)$. — Cette courbe, établie par Mme Joliot-Curie (*op. cit.*), diffère notablement, par de nombreuses irrégularités locales, de la courbe définie par (2). Rappelons qu'elle a été tracée, soit en calculant des valeurs limites pour Z_A (à partir des corps stables), soit en déterminant certaines valeurs de Z_A (à partir des corps instables). La forme analytique de $M(A, Z)$ est conservée et conduit à l'expression de l'énergie disponible dans une radioactivité β. Mais les valeurs numériques des coefficients sont abandonnées et l'on s'efforce de se placer dans des cas où il y a suffisamment de corps bien connus pour que ces coefficients s'éliminent. Cependant, le plus souvent, il subsiste un coefficient B_A qu'on ne peut éliminer, et dont la valeur est alors fixée empiriquement par approximations successives (en partant d'une formule initiale de Bohr et Wheeler [4] et en faisant appel à des couples isobares instables à A impair).

Il est particulièrement intéressant pour nous de noter que les valeurs paires de A sont beaucoup

[5] Les valeurs de Z_m ayant été arrondies pour la clarté du schéma, ce cas n'apparaît pas sur la figure 2.

moins intervenues dans l'établissement de la courbe que les valeurs impaires (45 couples de valeurs limites et une dizaine de valeurs de Z_A, contre une centaine de couples et 45 valeurs pour A impair).

Comme notre analyse porte seulement sur les valeurs paires de A, des conclusions satisfaisantes ne pourront être attribuées au fait que les valeurs étudiées avaient servi à tracer la courbe.

b. Courbe $Z^*_A = f(A)$. — Feenberg (*op. cit.*), se référant d'ailleurs à Gamow [5], utilise dans une étude sur la surface d'énergie nucléaire une courbe empirique pour rendre compte de la relation entre A et Z_m (6). Comme Feenberg, nous désignerons par Z^*_A les valeurs de Z_m tirées par interpolation de cette courbe qui, comme la précédente, est essentiellement inspirée par les limites possibles de Z^*_A pour les noyaux stables à A impair et pour les triplets stables à A pair.

La courbe de Feenberg est caractérisée par une discontinuité entre $A = 147$ et $A = 148$ et par un tracé approximatif entre $A = 210$ et $A = 220$ (région où il semble qu'elle devrait se dédoubler en fonction de la parité). Enfin, des déformations importantes apparaissent au voisinage de $A = 39$, 100, 135, 145. Ces différentes anomalies interviennent au voisinage des nombres magiques 20, 50, 82 et 126.

Bien que cette courbe ne paraisse pas avoir été précisée d'une manière aussi rigoureuse que celle de Mme Joliot-Curie, et bien qu'elle ait donné lieu à une interpolation un peu hasardeuse, nous appliquerons le critérium (6) aux valeurs Z_A et Z^*_A, comme nous l'avons fait pour Z_m.

3. **Prévision des isobares stables à partir de Z_A et Z^*_A.** — A partir des courbes précédentes, nous avons pu reconstituer une liste des valeurs de Z_A et Z^*_A pour toutes les valeurs paires de A comprises entre 30 et 240. La précision est moins grande que pour Z_m.

L'usage du critérium (6) offre alors une vue d'ensemble sur la qualité des résultats auxquels conduisent ces valeurs en ce qui concerne la prévision des corps stables.

Les tableaux B *c* et B *d* indiquent les contradictions flagrantes et les cas douteux que l'on observe.

Le nombre des erreurs certaines se trouve réduit à 3 si l'on part de Z_A et à 2 si l'on part de Z^*_A (contre 13 pour Z_m). Quant aux cas douteux, leur nombre est respectivement de 13 et 9 (contre 14 pour Z_m). Au point de vue topographique, il semble que Z_A conduise à des résultats moins bons pour $A > 145$ que dans la première moitié du tableau. Si l'on part de Z^*_A, les anomalies sont rassemblées entre 48 et 100, d'une part, entre 145 et 180, d'autre part. Signalons enfin qu'il y a des anomalies communes aux trois tableaux B *b*, B *c* et B *d* pour $A = 48$, 146, 150 et 236 (mais on ne se trouve au voisinage immédiat d'un nombre magique que pour $A = 48$).

En ce qui concerne le groupement des configurations d'isobares (*fig.* 2, 3 et 4, avec initiales J. C. pour Z_A et Fe pour Z^*_A), on obtient les résultats rassemblés dans la figure 5.

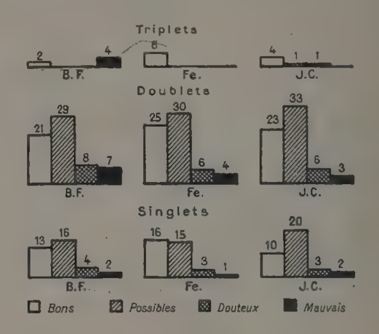


Fig. 5.

Remarque. — Les divergences entre le tableau B et les figures 2 à 5 s'expliquent par une certaine indulgence dans l'établissement du tableau B (notamment aux limites et dans les approximations). Pour Z^*_A, on a tenu compte dans le tableau B de certaines erreurs possibles d'interpolation.

Au total, Z_A et Z^*_A conduisent à des résultats à peu près équivalents. Cependant, le rapport du nombre des résultats bons au nombre des résultats acceptables est plus grand pour Z^*_A. La prédominance des résultats acceptables est, au contraire, nettement accentuée pour Z_A. Ces conclusions devront d'ailleurs être modifiées quand on fera intervenir un critère lié à A.

4. **Utilisation d'un critère empirique relatif au nombre des isobares stables.** — Nous avons déjà noté que l'existence de configurations différentes d'isobares stables pour une même valeur de $Z_m - P$ doit pouvoir s'expliquer quand ces configurations comprennent des nombres différents d'isobares. Il faut alors s'attendre à une relation entre A et le nombre des isobares possibles, relation à laquelle la formule de Bethe-Fermi donne l'aspect des inégalités (3), (4) et (5) qui définissent des zones interdites aux doublets et aux triplets (sans que les conclusions qu'on en déduit se révèlent très exactes). D'un autre point de vue, il est évident que « l'évasement » des paraboles, lié au paramètre B_A (7), intervient essentiellement à ce sujet.

Mais on peut aborder la question d'une manière

(6) En réalité, Feenberg porte en ordonnées $A - 2Z^*_A$, ce qui fait apparaître les anomalies d'une manière beaucoup plus frappante.

(7) B_A intervient dans des relations analogues à (3), (4) et (5).

très simple en ayant recours à un critérium empirique dont Mme Joliot-Curie a fait usage en vue de la détermination de $\delta(A)$. Ce critérium s'obtient en transformant en règle une constatation qui découle du seul examen des tables, à savoir que l'on observe :

— uniquement des singlets pour $A < 36$;
— des singlets ou des doublets pour $36 \leqq A < 96$;
— des doublets ou des triplets pour $96 \leqq A \leqq 136$;
— des singlets ou des doublets pour $136 < A$.

La règle est alors obtenue en remplaçant les mots « on observe » par les mots « il peut exister ».

Avant d'adopter cette règle et de l'utiliser, il faut toutefois noter :

— que les différentes limites indiquées pour A sont arbitraires et peuvent être légèrement décalées (mais dans un seul sens);

— que les triplets du type pair-impair-pair échappent à ce critérium, puisqu'ils apparaissent pour $A = 50$ et $A = 138$. Ils donneront donc évidemment lieu à des erreurs;

— que la masse 118 introduit également une erreur inévitable, puisqu'elle donne lieu à un singlet (d'ailleurs magique, tout comme l'élément P du triplet 138).

Si l'on admet simultanément le critérium (6) et la règle précédente, on obtient les deux groupes de conditions ([8]) :

$$\left.\begin{array}{ll} 0 \leqq Z_m - P \leqq 0{,}28 & \text{singlet (ou triplet } P-2,\ P,\ P+2), \\ 0{,}28 < Z_m - P < 0{,}72 & \text{singlet ou doublet}, \\ 0{,}72 \leqq Z_m - P \leqq 1{,}28 & \text{doublet (ou triplet } P,\ P+1,\ P+2), \\ 1{,}28 < Z_m - P < 1{,}72 & \text{singlet ou doublet}, \\ 1{,}72 \leqq Z_m - P \leqq 2{,}00 & \text{singlet (ou triplet } P,\ P+2,\ P+4); \end{array}\right\} \quad (7)$$

$$\left.\begin{array}{ll} 29 < A < 35 & \text{singlet}, \\ 35 < A < 91 & \text{singlet ou doublet}, \\ 91 < A < 139 & \text{doublet ou triplet}, \\ 139 < A < 241 & \text{singlet ou doublet}. \end{array}\right\} \quad (8)$$

On peut alors tracer un diagramme en portant $Z_m - P$ en abscisses et A en ordonnées (*fig.* 6, 7 et 8). On voit que pour

$$0 \leqq Z_m - P \leqq 2 \qquad \text{et pour} \qquad 30 \leqq A \leqq 240$$

la figure est découpée en un quadrillage, dans lequel on peut distinguer 16 cases; deux cases ayant un côté commun répondent toujours à des conditions différentes. Nous avons adopté des symboles distincts pour représenter un singlet, un doublet, un triplet pair-pair-pair et un triplet pair-impair-pair. Dans le coin de chaque case,

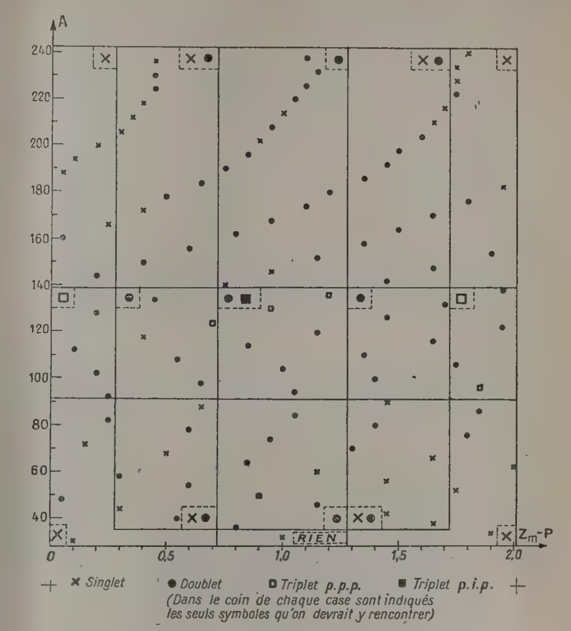


Fig. 6.

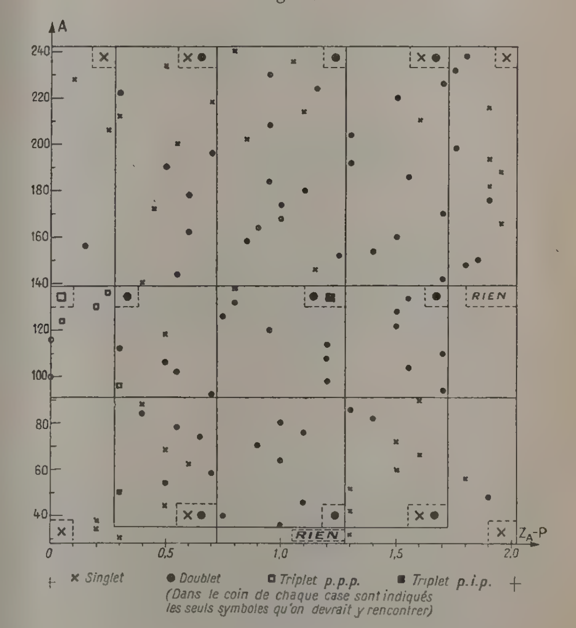


Fig. 7.

nous avons figuré les symboles qui peuvent, d'après nos critères, se rencontrer dans cette case.

Puis, pour chaque valeur de A considérée, nous avons porté le symbole correspondant au groupement d'isobares que l'on observe dans la réalité

([8]) Pour la clarté des figures, les limites pour A ont été prises aux valeurs 29, 35, 91, 139 et 241 (ce qui fait, d'ailleurs, rentrer la masse 138 dans une zone autorisée aux triplets. Les limites pour $Z_m - P$ ont été, de même, légèrement déplacées.

au point de coordonnées $Z_m - P$, A qui lui sont imposées par la valeur admise pour Z_m (selon les figures, on trouve donc en abscisses $Z_m - P$, $Z_A - P$ ou $Z_A^* - P$).

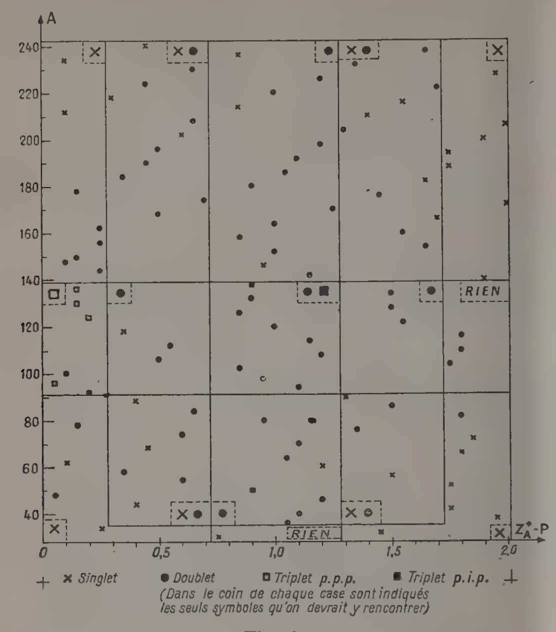


Fig. 8.

Remarque. — Quand on part de la formule de Bethe-Fermi, on rencontre pour $A = 96$ la configuration, d'ailleurs autorisée, P, $P+2$, $P+4$, absente quand on part de Z_A ou de Z_A^*. Il y a donc une case pour laquelle le symbole autorisé n'est pas le même dans les trois figures 6, 7 et 8.

Cette combinaison de critères permet, en somme, de trier les cas pour lesquels la condition (6) n'interdit pas l'existence de configurations distinctes à nombre d'isobares différent et de réduire en fonction de A le nombre des cas où cette coexistence est légitime.

Les résultats auxquels on aboutit par cette méthode sont assez curieux. On note d'abord que, sur un total de 16 cases, 11 ne peuvent contenir qu'une seule configuration d'isobares. Dans deux cases, cette configuration est celle qui ne comprend aucun noyau stable (ou le triplet P, $P+2$, $P+4$ pour la figure 6), dans quatre cases le singlet, dans quatre le doublet, et dans une le triplet pair-pair-pair.

On peut alors faire, pour chacune des figures, la statistique des symboles tombant dans une case qui leur est permise ou dans une région interdite. Les résultats auxquels on aboutit sont rassemblés dans le tableau D.

TABLEAU D.

		Abscisses calculées à partir de		
		Z_m (Bethe-Fermi).	Z_A (Mme Joliot).	Z_A^* (Feenberg).
Nombre de noyaux stables situés dans une case	autorisée	79	88	85
	interdite	27	18	21
Nombre de cases contenant	seulement des symboles autorisés.	5	9	7
	des symboles autorisés et des symboles interdits	11	7	9
Nombre de cases autorisant un seul symbole et contenant	seulement ce symbole	1	5	2
	d'autres symboles	10	6	9

TABLEAU D'.

		Abscisses calculées à partir de		
		Z_m (Bethe-Fermi).	Z_A (Mme Joliot).	Z_A^* (Feenberg).
Nombre de noyaux stables situés dans une case	autorisée	79	88	85
	interdite	25	16	19
Nombre de cases contenant	seulement des symboles autorisés.	5	10	8
	des symboles autorisés et des symboles interdits	11	6	8
Nombre de cases autorisant un seul symbole et contenant	seulement ce symbole	1	5	3
	d'autres symboles	10	6	8

Les trois hypothèses conduisent ici à des résultats très différents. Il paraît incontestable, si l'on accepte nos critères, que les valeurs Z_A de Mme Joliot-Curie entraînent des conclusions beaucoup meilleures que les valeurs Z_m théoriques, ou que les valeurs Z_A^* de Feenberg. Il est notamment remarquable, sur la figure 7, qu'aucun noyau n'apparaisse dans les deux cases totalement interdites.

Si l'on ne tient pas compte des erreurs inévitables déjà signalées ($A = 50$ et $A = 118$), les chiffres

du tableau D′ doivent être substitués à ceux du tableau D.

On notera sur la figure 8 et surtout sur la figure 6, l'apparition d'un réseau de courbes un peu étrange, liée à la variation relativement régulière de Z_A^*, et analytique de Z_m, en fonction de A.

Il serait tentant de corriger localement l'une des trois courbes $Z_m(A)$, $Z_A(A)$ ou $Z_A^*(A)$ de manière à satisfaire plus complètement aux critères mis en œuvre ici. Il faudrait alors examiner si de telles corrections modifieraient beaucoup les courbes, et si elles introduiraient des résultats incompatibles avec l'expérience.

Manuscrit reçu le 22 mars 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] *Voir*, notamment :
WEIZSACKER C. F. v. — *Z. Physik*, 1935, **96**, 431.
BETHE H. A. et BACHER R. F. — *Rev. Mod. Physics*, 1936, **8**, 82.
CURIE Mme I. — *J. Physique Rad.*, 1945, **6**, 209.
ALLARD G. — *J. Physique Rad.*, 1947, **8**, 65.
FEENBERG E. — *Rev. Mod. Physics*, 1947, **19**, 239.
STERN M. O. — *Rev. Mod. Physics*, 1949, **21**, 316.
FERMI E. — *Nuclear Physics*, The University of Chicago Press, 1950.

[2] *Voir* FERMI, *op. cit.*, p. 7.

[3] MATTAUCH J. — *Nuclear Physics Tables*, Interscience Publishers, New-York, 1946; *National Bureau of Standards*, Nuclear Data, Washington, 1950 et Suppl. **1**, 1951.

[4] BOHR N. et WHEELER J. A. — *Phys. Rev.*, 1939, **56**, 426.

[5] GAMOW G. — *Atomic Nuclei and Nuclear Transformations*, Oxford University Press, New-York, 1937.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 13, JUILLET-AOUT-SEPTEMBRE 1952, PAGE 424.

INFLUENCE DE LA PRESSION SUR LA RÉSISTIVITÉ D'UNE THERMISTANCE

Par PAUL TAVERNIER,
Ingénieur en Chef des Poudres.

et PIERRE PRACHE,
Ingénieur militaire des Poudres.

Sommaire. — On a déterminé les variations de résistivité d'une thermistance maintenue à une température constante et soumise à des pressions variables pouvant aller jusqu'à 5.000 kg/cm².

La diminution relative de la résistivité correspondant à une variation donnée de pression est pratiquement indépendante de la température (dans le domaine exploré de 30 à 70° C) et se représente jusqu'à 5.000 kg/cm² par la formule linéaire

$$\frac{\Delta R}{R_0} = -4{,}6.10^{-6} P.$$

1. Introduction. — Étudiant les possibilités de mesure directe de la température à l'intérieur d'une chambre d'expérience à haute pression, nous avons été conduit à envisager, dans ce but, l'emploi de thermistances. On sait que l'on désigne sous ce nom des semi-conducteurs à coefficient de température négatif élevé (1). A la température ordinaire, par exemple, une variation de 1° C conduit à une diminution relative de la résistivité de l'ordre de 0,05, plus de 10 fois supérieure à l'augmentation de la résistivité du platine dans les mêmes conditions. La thermistance devant être soumise à des pressions hydrostatiques considérables, susceptibles d'influer elles-mêmes d'une manière non négligeable sur la résistivité, il était nécessaire d'étudier les corrections à apporter à la température indiquée par la thermistance, du fait de la pression qu'elle supporte. La présente Note rend compte des essais effectués dans ce sens au Laboratoire de Balistique.

2. Généralités sur les expériences. — L'échantillon de thermistance examiné, provenant de la Compagnie Générale de T. S. F., se présentait sous la forme d'un disque plat de 10 mm de diamètre

(1) Les thermistances sont des mélanges complexes d'oxydes métalliques moulés sous pression et frittés.

et 4 mm d'épaisseur. Sa résistivité à 25° C était de l'ordre de 1000 Ω.

Deux séries d'expériences, qui se sont révélées longues et délicates, ont été effectuées à 30 et 70° C environ. L'influence de la pression sur la résistivité des thermistances étant relativement faible (de l'ordre de 2 pour 100 à 4.000 kg/cm²), il fut nécessaire, pour obtenir une précision convenable, de mesurer la résistance à une fraction d'ohm près. Ce problème, qui est loin de présenter des difficultés techniques considérables lorsqu'il s'agit de résistances normales, devient passablement ardu dans le cas présent. En effet, le fort coefficient de température des thermistances exige que la température à l'intérieur de la bombe soit maintenue constante au 1/100e de degré près pendant toute la durée du cycle d'expériences à pression variable. Ce cycle lui-même est d'autre part très long : l'inertie thermique de la chambre d'expérience à parois très épaisses est telle que l'égalité de température entre l'intérieur de la chambre et le thermostat à bain d'huile dans lequel elle se trouve plongée ne peut être réalisée à quelques centièmes de degré près qu'au bout de 6 ou 7 h. D'autre part, l'équilibre thermique ne se trouve établi avec la même précision qu'au bout de plus d'une heure après tout changement de pression. Dans de telles conditions, un cycle d'expériences peut durer plusieurs jours.

3. **Mode opératoire**. — Sur chacune des faces métallisées du disque constituant la thermistance étudiée (repérée 1000 B au laboratoire), était soudé un fil de cuivre et le tout était recouvert d'un enduit siliconé. La thermistance, enfermée dans une chambre à haute pression remplie d'huile, était reliée à l'extérieur par un bouchon à quatre électrodes dont deux seulement furent utilisées. La chambre était plongée dans un thermostat à bain d'huile muni d'un agitateur et d'un chauffage électrique, piloté lui-même par une seconde thermistance. (Pour le détail de l'installation thermostatique, *voir* l'Annexe.) La température du bain était lue sur un thermomètre à mercure de précision gradué en 1/10e de degré, la pression sur un manomètre type Bourdon, construit et étalonné au laboratoire.

On a songé tout d'abord à mesurer la résistance étudiée par la méthode potentiométrique, qui consiste à relever le rapport des tensions développées aux bornes de la thermistance et d'une résistance étalon, parcourues par un même courant. On a constaté rapidement que cette méthode n'était pas à conseiller pour de tels essais. En effet, la résistivité de la thermistance présente une telle sensibilité à la température que l'échauffement dû au passage du moindre courant permanent risque de fausser la mesure de la résistance d'une manière appréciable.

Compte tenu de ces constatations, nous avons finalement adopté, pour la mesure de la résistance, un montage en pont de Wheatstone, qui, bien que moins précis, présente sur le précédent l'avantage de ne nécessiter le passage d'un courant à travers la résistance à mesurer que pendant le temps très bref nécessaire à l'observation de l'équilibre du pont.

Un premier cycle d'expériences a été effectué à une température de l'ordre de 31° C et l'autre aux environs de 70° C. Bien que la température du thermostat présente des fluctuations périodiques de l'ordre de 3/10e de degré, la température intérieure de la bombe peut être calculée très exactement. On peut considérer, en effet, que les parois de la bombe constituent une impédance thermique augmentant avec la fréquence des oscillations de température. Cette impédance est telle que seules la composante continue et la fondamentale de la décomposition en série de Fourier des oscillations de température du thermostat se font sentir à l'intérieur de la bombe. On vérifie effectivement que la température interne subit de très légères oscillations à caractère sinusoïdal, bien que le temps de chauffage du thermostat ne soit que de l'ordre de 1,5 mn, le refroidissement durant environ 10 mn. La température à l'intérieur de la bombe peut donc être prise égale à la composante continue de la température du thermostat. Nous n'avons, dans dans le cas présent, nullement besoin de connaître avec exactitude cette température, mais seulement d'être assurés qu'elle est bien fixe.

4. **Résultats obtenus**. — Les premiers essais ont été effectués à une température de l'ordre de 31° C, la température du thermostat oscillant entre 31,15 et 31°,40 (température lue, sans aucune correction, sur le thermomètre de précision plongé dans le bain d'huile). Les essais, qui ont porté sur des pressions allant jusqu'à 4 500 kg/cm², sont consignés dans le tableau I.

TABLEAU I.

p (kg/cm²).	R Ω.	Θ (°C).	$-\frac{\Delta R}{R_0} \times 100$.
1	856,2	31,3	0
4 500	838,2	31,3	2,10
2 320	847,3	31,3	1,04
1 205	851,2	31,3	0,59
1	856,0	31,3	–

Dans la seconde série (tableau II), la température oscillait entre 69°,5 et 69°,8.

TABLEAU II.

p (kg/cm²).	R (θ).	Θ (°C).	$-\frac{\Delta R}{R_0} \times 100$.
1	196,2	69,7	0
1 445	194,9	69,7	5,67
2 750	193,8	69,7	1,22
4 650	192,0	69,7	2,14

5. **Interprétation et critique des résultats.** — Les points expérimentaux ont été reportés sur le graphique n° 1, sur lequel on peut remarquer que

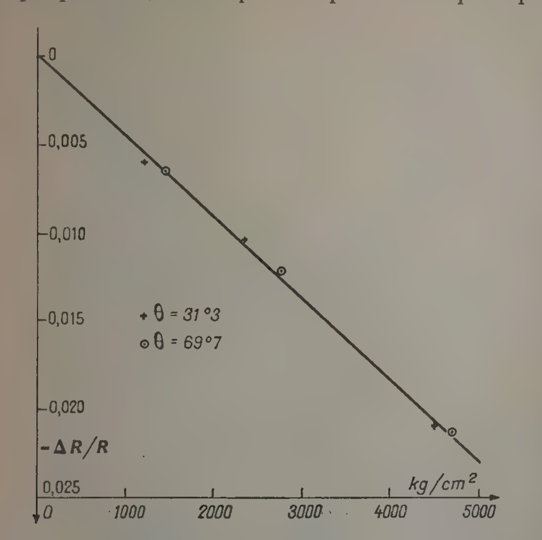


Fig. 1. — Variation de la résistivité d'une thermistance (thermistance 1000 B).

les deux séries d'expériences se représentent convenablement par la même droite d'équation

$$\frac{\Delta R}{R_0} = -4{,}6.10^{-6}P. \qquad (1)$$

On en déduit que la variation relative de résistivité d'une thermistance est une fonction linéaire de la pression, pratiquement indépendante de la température, tout au moins entre 20 et 80° C et

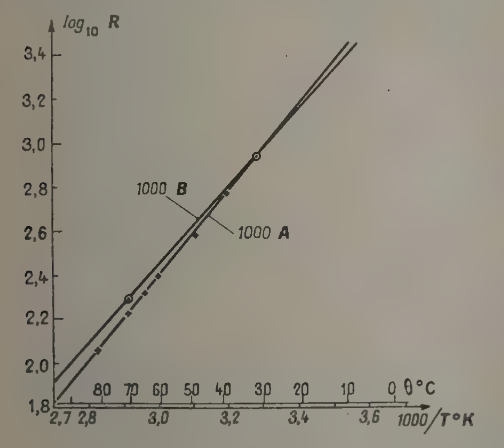


Fig. 2. — Résistance électrique de deux thermistances.

dans un domaine de pression assez large (jusqu'à 5.000 kg/cm² au moins).

Faisons observer que la précision excellente des résultats est probablement due, au moins partiellement, à un heureux hasard. Une variation de 1/100e de degré conduit, en effet, à 30° C, à une variation de résistance de l'ordre de 0,5 Ω (2), c'est-à-dire, à 1 200 kg/cm² par exemple, à une erreur de l'ordre de 10 pour 100 sur le coefficient de pression. Il est peu vraisemblable que les moyens assez sommaires mis en œuvre pour la régulation nous aient permis de maintenir pendant plusieurs jours la température de l'intérieur de la bombe à une valeur fixe à 1/100e de degré près. D'autre part, le passage du courant à travers la thermistance pendant les mesures n'est pas sans influencer la résistivité de celle-ci bien qu'il soit très bref. Compte tenu du fait que l'erreur due aux variations de température n'est plus que de 2 pour 100 par 1/100e de degré à 5 000 kg/cm² et, aussi, de l'heureuse concordance des séries d'essais, nous pensons que l'erreur sur le coefficient de pression ne doit pas dépasser 5 pour 100.

Il est probable que la valeur de ce coefficient de pression doit varier dans des proportions notables d'une thermistance à l'autre, étant donné leur constitution et leur fabrication. Il sera donc prudent de déterminer le coefficient de pression de chaque thermistance particulière avant de l'employer comme thermomètre sous pression. Remarquons enfin que, si la résistivité d'une thermistance présente en fonction de la température une loi très particulière, ses variations en fonction de la pression restent tout à fait normales et du même ordre de grandeur que pour les métaux (deux fois plus fortes environ que pour le platine).

6. **Conclusion.** — Les thermistances paraissent pouvoir rendre de grands services pour la mesure des températures sous haute pression. Leur sensibilité autorise, en effet, l'utilisation d'un dispositif simple de mesure, ce qui permet d'introduire la thermistance dans l'enceinte à l'aide d'une seule électrode (l'autre extrémité de la thermistance étant reliée à la masse du bouchon). La mesure de la température par un thermomètre à résistance de platine nécessiterait par contre quatre électrodes. Cet avantage de la thermistance est loin d'être négligeable, car tous les techniciens qui ont eu à étudier des appareillages travaillant sous haute pression connaissent les grosses sujétions imposées par le nombre d'électrodes à sortir de l'enceinte.

En résumé, nous avons montré que le coefficient de pression d'une thermistance est constant jusqu'à 5.000 kg/cm² et indépendant de la température dans le domaine de nos essais (30-70° C). La correction à apporter aux indications brutes d'une thermistance est de l'ordre de — 1/100e de degré pour 100 kg/cm² de pression entre 20 et 80° C.

(2) *Voir* sur le graphique II les courbes de résistance en fonction de la température pour deux thermistances.

ANNEXE.

Régulation thermostatique par thermistance.

Le thermostat utilisé pour les expériences décrites dans cette Note était constitué par un bain d'huile immergeant complètement la chambre d'expérience et muni d'un agitateur et d'une résistance électrique de chauffage dont le circuit était ouvert ou fermé par le dispositif de régulation. Le dispositif de régulation comporte essentiellement :

un pont de Wheatstone dont l'une des branches est constituée par l'élément sensible, qui est une thermistance plongée dans le bain d'huile;

un relais galvanométrique dont l'enroulement du cadre mobile constitue la diagonale de mesure du pont de Wheatstone;

deux relais secondaires montés en bascule électromécanique;

le relais de puissance, commandé lui-même par le système des relais secondaires.

Le but poursuivi dans l'étude de ce montage était la réalisation d'un dispositif simple et robuste. Nous avons écarté toute solution comportant des tubes électroniques, ceux-ci nécessitant une alimentation continue haute tension. Le montage réalisé (*voir* schéma) fonctionne avec une unique batterie de 6 V.

On peut suivre clairement sur le schéma le fonctionnement du montage. Les palettes des relais 1 et 2 sont attirées vers l'enroulement lorsque celui-ci est excité et chacun d'eux ne peut fonctionner que si la résistance de 10 kΩ placée en série avec lui est court-circuitée.

L'un des deux relais 1 et 2 et un seul, est excité à tout instant. Dès que la palette du micro-relais

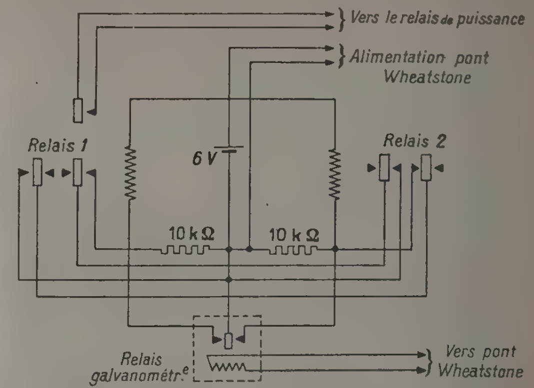


Fig. 3. — Régulation thermostatique par thermistance.

Erratum : Il y a contact entre les conducteurs au-dessus de la batterie de 6 V et à gauche de la résistance de 10 kΩ.

touche l'un des deux contacts, le système des deux relais secondaires change d'état et ne peut basculer à nouveau que si la palette du micro-relais touche le second contact. Ce montage évite les vibrations qui, sinon, mettraient rapidement hors de service le micro-relais. La température de fonctionnement se règle par la résistance variable du pont de Wheatstone. Un tel système permet très facilement de réduire les amplitudes d'oscillation de la température à moins de 1/10e de degré.

Manuscrit reçu le 10 mai 1952.

LETTRES A LA RÉDACTION

UN GÉNÉRATEUR D'IMPULSIONS SIMPLE POUR L'ÉTUDE ET LE CONTROLE DES CIRCUITS AMPLIFICATEURS, SÉLECTEURS ET DE COMPTAGE, AINSI QUE DES LIGNES A RETARD

Par André Fréon et André Martin,

Laboratoire des Rayons cosmiques,
École Normale Supérieure.

Ayant eu besoin d'un générateur d'impulsions d'amplitude et de durée réglables pour la mise au point d'un amplificateur proportionnel, nous avons essayé un dispositif très simple, qui s'est révélé pleinement satisfaisant, aussi pensons-nous utile d'en donner une description rapide.

Une capacité C est chargée à un potentiel V positif ou négatif par rapport à la masse, puis déchargée à travers une résistance R, aux bornes de laquelle on recueille l'impulsion désirée. Un relais polarisé alimenté par le secteur permet d'obtenir une fréquence d'impulsions de 50 par seconde et le phénomène à observer peut donc être sans difficulté stabilisé sur l'écran d'un oscillographe.

Après l'essai de divers relais, polarisés ou non, qui présentaient des défauts de contact se traduisant par des fluctuations de phase ou d'amplitude du signal ou même, pour certains, par des signaux parasites dûs au rebondissement des contacts, nous avons utilisé un relais polarisé (Siemens type 2 Y 3) donnant toute satisfaction.

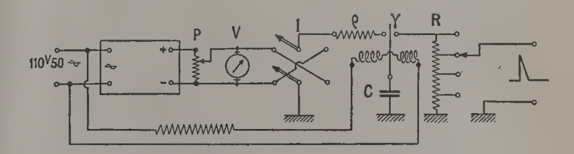
Le schéma du montage adopté est indiqué sur la figure : l'amplitude de l'impulsion et son signe sont réglés au moyen du potentiomètre P (20 000 Ω) et de l'inverseur I, alimentés par un petit redresseur fournissant une centaine de volts. A condition que la constante de temps du circuit de charge CP soit inférieure à 10^{-3} s, valeur cinq fois plus faible que la durée de contact du relais et que la capacité C soit petite par rapport à celle de la sortie du filtre du redresseur, l'amplitude maximum de l'impulsion est, ainsi que nous l'avons vérifié, pratiquement égale à la tension indiquée par le voltmètre V.

La durée des impulsions est réglable par le choix des valeurs de C et de R, nous avons pu descendre, sans précautions spéciales, à $5 \cdot 10^{-7}$ s. La durée maximum est limitée par le temps de contact du relais à 10^{-3} s ainsi que l'on vient de le voir.

Il y a deux effets parasites à éliminer :

Le premier s'observe lorsque l'on cherche à obtenir de petites amplitudes, on est alors gêné par une tension résiduelle, de signe constant et de l'ordre de 0,05 à 0,1 V, due au potentiel de contact du relais. Il est facile de s'en débarrasser en remplaçant la résistance R par un diviseur de tension de rapport convenable $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{50}$, ou $\frac{1}{100}$ réalisé suivant la technique connue des atténuateurs haute fréquence, la mesure des faibles tensions au moyen d'un voltmètre ordinaire nécessiterait d'ailleurs, à défaut de ce diviseur, l'emploi d'un diviseur de tension placé entre le voltmètre et le contact de charge.

Un autre effet parasite est observable lorsque le curseur du potentiomètre est près d'une des extrémités de sa course. Le circuit de charge est alors très peu amorti et l'impulsion de charge du condensateur C, par l'intermédiaire de la capacité γ entre les contacts du relais, produit une petite impulsion en



opposition de phase avec l'impulsion utile. On l'élimine au moyen de la résistance ρ (20 000 Ω) figurée sur le schéma.

On voit donc, en définitive, que ce dispositif simple est capable de fournir, sans difficultés et sur une faible impédance de sortie si cela est nécessaire, des impulsions de quelques millivolts à une centaine de volts, d'une durée de 0,5 μs à 10^{-3} s avec une fréquence de récurrence égale à celle du secteur. Un de ses avantages réside dans la possibilité d'inversion du signe de l'impulsion sans modifier ses autres caractéristiques, ce qui permet, par exemple, d'étudier facilement les causes de distorsion des circuits.

On pourrait penser produire, par ce moyen, des impulsions à fréquence différente de celle du secteur en commandant le relais par un relaxateur, mais on serait rapidement arrêté du côté des fréquences élevées, par la fréquence limite du relais et, d'autre part, l'intérêt d'un tel montage, qui réside avant tout dans sa simplicité et sa rapidité de réalisation, deviendrait beaucoup moins évident par rapport aux montages déjà existants, qui utilisent des principes purement électroniques.

Manuscrit reçu le 9 mai 1952.

REMARQUES SUR LES MODES DE VIBRATION ENTIÈREMENT SYMÉTRIQUES DE L'ÉTHYLÈNE (SUBSTITUÉ OU NON SUBSTITUÉ), PRINCIPALEMENT DE MOLÉCULES DU TYPE $\begin{matrix}R\\R\end{matrix}\!>C=C<\!\begin{matrix}R\\R\end{matrix}$

Par C. Manneback,
Université de Louvain,
et J. Lecomte,
Laboratoire de Recherches physiques à la Sorbonne.

On sait que les molécules du type $\begin{matrix}R\\R\end{matrix}\!>C=C<\!\begin{matrix}R\\R\end{matrix}$, où R correspond à un atome ou à un groupement simple, considéré comme ponctuel, possèdent trois vibrations entièrement symétriques, du type A_{1g}, qui sont données par les racines d'une équation du troisième degré. Elles correspondent à des raies Raman polarisées (vibrations interdites en absorption) et elles sont représentées par les schémas de vibration suivants, dans lesquels nous avons donné des amplitudes arbitraires aux masses vibrantes.

R R C C R ν_1 R ν_3 ν_2

D'après un Ouvrage récent [1], l'attribution se fait aisément « par continuité » avec les nombres d'ondes suivants :

	ν_1 (cm⁻¹).	ν_3 (cm⁻¹).	ν_2 (cm⁻¹).
Éthylène	3 019	1 342	1 623
Tétradeutéroéthylène	2 251	981	1 515
Tétrachloroéthylène	1 571	235	447

Pour l'éthylène ou le tétradeutéroéthylène, ν_1 et ν_3 représentent respectivement des vibrations de valence et de déformation CH ou CD, dont on retrouve bien les nombres d'ondes connus. Pour le tétrachloréthylène, ν_3 correspond à une vibration de déformation C—Cl : il est donc naturel de trouver une fréquence basse.

On remarquera que, dans la vibration ν_1, l'amplitude de vibration des substituants R diminue à mesure que leur masse augmente et le contraire a lieu pour les atomes de carbone. Alors que, pour l'éthylène, les atomes de carbone restaient presque immobiles, pour le tétrachloréthylène, il s'agit principalement d'une vibration de deux atomes de carbone « doublement liés ».

La vibration ν_2 reste toujours principalement un mouvement des deux parties de la molécule $CR_2 \rightleftharpoons CR_2$, l'une par rapport à l'autre et il est normal qu'elle éprouve une grande variation en passant de l'éthylène au tétrachloréthylène.

Dès lors, lorsque l'on rapproche les deux nombres d'ondes 1623 cm⁻¹ de l'éthylène et 1571 cm⁻¹ du tétrachloréthylène, en disant qu'ils sont caractéristiques d'une « double liaison » C=C, on ne commet pratiquement pas une très grande erreur; mais l'analyse, que nous venons de donner, montre qu'ils procèdent de « vibrations différentes » dont nous avons pu préciser la nature.

Divers auteurs, en particulier W. R. Angus [2], indiquent, pour une forte raie Raman, correspondant à des molécules où les substituants R, R′, R″, R‴ sont autres que COOH, OH, Cl, Br, H et où il n'existe pas de conjugaison avec C=C, par exemple, les nombres moyens suivants :

$\begin{matrix}R\\H\end{matrix}\!>C=C<\!\begin{matrix}H\\H\end{matrix}$ .... 1642 cm⁻¹

$\begin{matrix}R\\R'\end{matrix}\!>C=C<\!\begin{matrix}H\\H\end{matrix}$ et $\begin{matrix}R\\H\end{matrix}\!>C=C<\!\begin{matrix}R'\\H\end{matrix}$ 1653

$\begin{matrix}R\\R'\end{matrix}\!>C=C<\!\begin{matrix}R''\\H\end{matrix}$ 1675

$\begin{matrix}R\\R'\end{matrix}\!>C=C<\!\begin{matrix}R''\\R'''\end{matrix}$ 1666

On explique, de la même manière que précédemment, en suivant par continuité le déplacement des fréquences de vibration, comment le remplacement d'un ou plusieurs atomes d'hydrogène dans l'éthylène conduit à une élévation de fréquence, car il ne s'agit pas du même mode d'oscillation de la molécule.

La même méthode, qui consiste à comparer entre eux les spectres de molécules possédant une structure identique, mais avec diverses masses vibrantes et des constantes de force différentes, est applicable, avec moins de rigueur, pour la comparaison d'édifices possédant des symétries variables. Par exemple, le changement de symétrie lève les dégénérescences (dérivés halogénés du méthane [3]) et l'on peut suivre les modes de vibration dans le remplacement d'un halogène par un autre et par un atome d'hydrogène; ou bien encore, le nombre des vibrations reste le même, mais la symétrie de la molécule se modifie et l'on obtient des « encadrements de fréquences » qui permettent une identification plus sûre des modes de vibration (dérivés deutérés de l'éthylène [4]).

Manuscrit reçu le 10 mai 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Herzberg G. — Molecular spectra and molecular structure, Van Nostrand, New-York, 1947, p. 329.
[2] Angus W. R. — *Proc. Indian. Acad. Sc.*, 1938, **8**, 529-565.
[3] Lecomte J. — *Ann. Physique*, 1941, **15** et G. Herzberg, *loc. cit.*, p. 319.
[4] Manneback C. — *Ann. Soc. Sc. Brux.*, B, 1936, **56**, 349; 1937, **57**, 33 et 120.

RÉSONANCE PIÉZOÉLECTRIQUE DU QUARTZ JUSQU'A 5 000 ATM

Par J. P. Pérez et P. Johannin,
Laboratoire des Hautes Pressions, Bellevue.

En collaboration avec A. Michels, l'un de nous a commencé une étude de la variation de la fréquence

propre du quartz sous l'effet d'une pression hydrostatique [1].

Nous reprenons ces expériences, en plongeant cette fois le cristal non plus dans un gaz, mais dans l'éther de pétrole. Nous avons ainsi atteint 5 000 atm, sans constater un amortissement gênant sur l'acuité de la résonance.

A titre d'exemple, la fréquence d'une lame de coupe Y, excitée en vibrations transversales parallèles à X (fréquence initiale, 3 265 kHz), subit une variation linéaire de coefficient $\frac{\Delta f}{f\,\Delta p}$ égale à $-3{,}1 \cdot 10^{-6}$ cm²/kg.

Cet effet ne peut être attribué entièrement à la variation des dimensions (effet de même sens, mais environ 10 fois plus petit); il s'explique par la variation du module d'élasticité correspondant. Le milieu où est plongé le cristal et dont le rôle est de transmettre la pression, agit, en outre, par sa compressibilité et, accessoirement, sa viscosité. Au point de vue de l'amortissement, le milieu liquide paraît plus avantageux, étant moins compressible que le gaz à densité comparable, dans le domaine des pressions explorées.

Manuscrit reçu le 19 mai 1952.

[1] *Physica*, 1951, **17**, 563.

CONTRIBUTION DU RAYONNEMENT NUCLÉAIRE AU SPECTRE CONTINU γ ACCOMPAGNANT LA RADIOACTIVITÉ β

Par J. HOROWITZ,

Service de Physique mathématique,
Commissariat à l'Énergie atomique, Fontenay-aux-Roses.

L'émission du rayonnement γ continu accompagnant une désintégration β :

$$N_0 \to N_1 + \nu + e, \qquad (1)$$

est décrite d'habitude [1] par le schéma

$$N_0 \to N_1 + \nu + e' \to N_1 + \nu + e + \gamma. \qquad (2)$$

Un autre schéma possible est

$$N_0 \begin{matrix} \nearrow N_0^* + \gamma & \searrow \\ \searrow N_1^* + e + \nu & \nearrow \end{matrix} N_1 + \nu + e + \gamma, \qquad (3)$$

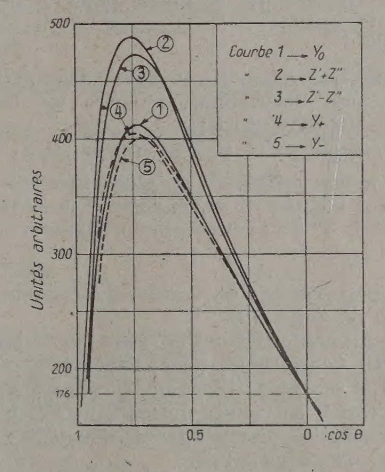
où N_0^* et N_1^* sont des états excités des noyaux N_0 et N_1. Dans (2), c'est le β qui émet le γ en passant de e' à e. Dans (3), c'est le noyau qui rayonne avant ou après la désintégration β.

Pour les transitions β permises, la contribution due à (3) est négligeable. Il n'en est pas nécessairement de même dans le cas de désintégrations β ($N_0 \to N_1$) interdites si les transitions β intermédiaires ($N_0 \to N_1^*$ ou $N_0^* \to N_1$) sont moins interdites que $N_0 - N_1$.

L'élément de matrice H_{10} pour le processus (3) peut s'écrire sous une forme particulièrement compacte dans le cas d'un rayonnement dipolaire électrique. On trouve

$$H_{10} = i\sqrt{\frac{2\pi}{\hbar c k}}\,\vec{s}\left\langle 1 \left| B\vec{R} - \vec{R}B \right| 0 \right\rangle, \qquad (4)$$

k et $\vec{s}$ sont le nombre d'onde et le vecteur de polarisation du photon, $B = \sum_i B_i$, l'hamiltonien de la radioactivité β, $\vec{R} = \sum_i e_i \vec{r}_i$, où e_i et $\vec{r}_i$ sont les charges et les positions des nucléons ($e_i = e$ pour un proton, $e_i = 0$ pour un neutron). Dans l'établissement de la relation (4), on a négligé l'énergie $\hbar c k$ du photon devant les énergies d'excitation $E(N_0^*) - E(N_0)$ et $E(N_1^*) - E(N_1)$, approximation presque toujours



valable vu la faible énergie des photons de freinage interne. (4) peut être mis sous la forme

$$H_{10} = i\sqrt{\frac{2\pi}{\hbar c k}}\,\varepsilon\,\vec{s}\left\langle 1 \left| \sum_i B_i \vec{r}_i \right| 0 \right\rangle, \qquad (5)$$

où ε est la charge $\pm e$ du β émis.

L'introduction du processus (3) modifie les caractéristiques du spectre β — γ à la fois par le terme $|H_{10}|^2$ et par interférence avec le processus (2). Le cas des transitions β interdites $\Delta J = 2$, avec couplage tensoriel ou pseudovectoriel est particulièrement intéressant. Ces transitions sont caractérisées sans ambiguïté par la forme de leur spectre β et le calcul du rayonnement de freinage interne peut se faire entièrement sans faire appel à un modèle nucléaire particulier. Soit $y(\theta, W, k)\,dW\,dk\,d\theta$ la probabilité élémentaire d'émission d'un électron d'énergie totale W, d'un photon d'énergie $\hbar c k$ dont les impulsions font entre elles un angle θ. On trouve

$$y\pm(\theta, w, k) = z' \pm z'' + t' \pm t'' + u,$$

le signe + correspondant au couplage tensoriel, le signe — au couplage pseudovectoriel. z' et z'' proviennent du processus (2), u du processus (3), t' et t'' sont des termes d'interférence.

Soit

$$Y \pm (\theta, W) = \int_{k_0}^{\frac{W_0 - W_n}{\hbar c}} y \pm (\theta, W, k)\, dk$$
$$= Z' \pm Z'' + T' \pm T'' + U$$

la fonction de corrélation entre un photon d'énergie supérieure à $\hbar c k_0$ et un β d'énergie W, W_0 étant l'énergie maximum (y compris la masse) du spectre β. La figure représente, pour

$$W_0 = 4\, mc^2, \qquad k = \frac{1}{10}\frac{mc}{\hbar}, \qquad W = 2\, mc^2,$$

les courbes $Y \pm$, $Z' \pm Z''$ et Y_0 courbe de corrélation pour une transition permise. On a fait passer toutes ces courbes par le même point pour $\theta = \frac{\pi}{2}$.

On voit que :

1° la différence entre Y_+ et Y_- est trop petite pour permettre une discrimination entre les couplages tensoriel et pseudovectoriel;

2° les courbes $Y_\pm$ et Y_0 sont très voisines;

3° il y a une différence notable entre les courbes qui tiennent compte du rayonnement nucléaire et les courbes $Z' \pm Z''$ où ce processus est ignoré.

Il est donc possible de vérifier expérimentalement l'existence de l'effet (3).

Des calculs analogues ont été faits par L. Madansky et coll. [2]. Ces auteurs ne considèrent pas le processus (3) et omettent le terme Z'' dans le calcul du processus (2). Il en résulte notamment que leur fonction de corrélation pour les transitions interdites (qui n'est autre que Z') est :

a. rigoureusement et non plus approximativement indépendante du couplage;

b. notablement différente de la fonction de corrélation permise Y_0.

Ajoutons que le processus (3) a aussi pour effet de rapprocher l'un de l'autre les spectres de photons $P(k)$ des transitions permises et interdites. Enfin, le rayonnement nucléaire (3) joue un rôle important dans le freinage interne accompagnant la capture K. Les résultats correspondants, ainsi que le détail de l'ensemble des calculs seront publiés ultérieurement.

Je tiens à remercier M. A. Abragam pour les nombreuses et intéressantes discussions que nous avons eues sur ce sujet.

Manuscrit reçu le 23 mai 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Knipp et Uhlenbeck. — *Physica*, 1936, **3**, 425.
Bloch. — *Phys. Rev.*, 1934, **50**, 272.
Chang et Falkoff. — *Phys. Rev.*, 1949, **76**, 365.
[2] Madansky, Lipps, Bolgrano et Berlin. — *Phys. Rev.*, 1951, **84**, 596.

UNE NOUVELLE TRANSITION DES CRISTAUX DE BICHROMATE D'AMMONIUM

Par Jean Jaffray,
Professeur à la Faculté des Sciences de Clermont.

En plus de la transition de — 2° C, caractérisée par un maximum de la chaleur spécifique suivi d'une chute rapide et par une anomalie de dilatation [1], les cristaux de bichromate d'ammonium présentent une autre transition vers — 120° C. Elle a été trouvée par analyse thermique différentielle et précisée par des mesures de chaleur spécifique. L'anomalie de chaleur spécifique consiste encore en un maximum suivi d'une chute rapide. La dilatométrie des cristaux a été faite aux basses températures et nous a indiqué une anomalie très nette dans la même région.

D'autre part, Mme M. Freymann [2] a signalé que ce sel présente un maximum d'absorption dans le domaine ultrahertzien vers 148° K; ces divers phénomènes sont évidemment à rapprocher.

Les résultats complets relatifs à la chaleur spécifique du bichromate d'ammonium depuis — 150° C jusqu'à la température ordinaire seront publiés prochainement.

Manuscrit reçu le 27 mai 1952.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Jaffray J. — *C. R. Acad. Sc.*, 1944, **219**, 180; *J. Physique Rad.*, 1951, **12**, 56 S.
[2] Freymann Mme M. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **233**, 1449.

LA STRUCTURE DU BORURE DE NICKEL NiB

Par P. Blum,
Laboratoire de Recherches de l'E. N. S. d'Électrochimie et d'Électrométallurgie de Grenoble.

Le diagramme binaire NiB est encore très mal connu et seul le composé Ni_2B a pu être identifié avec certitude. Dans une étude récente, Kiessling [1] a signalé l'existence d'une nouvelle phase moins riche en bore que Ni_2B, mais dont il n'a pu déterminer ni la formule, ni la maille.

Au cours de cémentations électrolytiques de nickel par le bore [2], nous avons pu mettre en évidence l'existence de quatre phases, entre autres celle du composé NiB isomorphe de CrB et TaB déjà connus [3].

A partir d'un alliage de NiB, préparé par M. Andrieux, j'ai pu isoler quelques monocristaux de composition NiB présentant un plan cristallographique bien développé. Des diagrammes de Laüe et de cristal tournant ont permis de préciser le groupe d'espace : D_{2h}^{17} — *Cmcm*. Un diagramme de poudre fournit les constantes de réseau suivantes :

$$a = 2{,}925\ \text{Å}, \qquad b = 7{,}396\ \text{Å}, \qquad c = 2{,}966\ \text{Å}.$$

Le volume de la maille est $V = 64{,}17\ \text{Å}^3$ et con-

tient 4 NiB, correspondant à une densité calculée de 7,13.

Les atomes des deux constituants occupent les positions suivantes :

$$4 \text{ en } c : \quad 0, y, \frac{1}{4}; \quad 0, \bar{y}, \frac{3}{4}; \quad \frac{1}{2}, \frac{1}{2}+y, \frac{1}{4}; \quad \frac{1}{2}, \frac{1}{2}-y, \frac{3}{4}.$$

En adoptant le paramètre $y_{Me} = 0{,}146$ pour le métal et $y_B = 0{,}440$ pour le bore, on obtient un bon accord entre les intensités observées et calculées. Dans ces conditions, chaque atome de métal est entouré de six voisins disposés aux sommets d'un prisme trigonal, quatre à une distance de 2,584 Å et deux à 2,619 Å. Quant aux atomes de bore, ils sont situés dans les trous du réseau métallique, à l'intérieur d'un prisme trigonal de métal. Ils forment des chaînes en zigzag le long de l'axe *c*.

Un atome de bore est ainsi entouré de six atomes de nickel, quatre à 2,177 Å et deux à 2,632 Å.

Les distances B—B sont de 1,72 Å ce qui donne au bore un rayon normal de 0,86 Å.

Il est intéressant de remarquer que les monocristaux de NiB ne présentent pas de plans (001), non plus d'ailleurs que les monocristaux CrB préparés par Kiessling et qui se présentent sous la forme d'aiguilles [001]. Ces faits constituent une preuve de plus à l'appui de la règle que nous avions formulée sur le rapport entre les directions de vitesse de croissance maxima des cristaux et les orientations cristallines observées lors des cémentations électrolytiques [4]. L'étude cristallographique a été effectuée au laboratoire de rayons X de M. le Professeur Néel.

Manuscrit reçu le 9 juin 1952.

[1] KIESSLING R. — *Acta Chem. Scand.*, 1950, **4**, 160-164.
[2] KIESSLING R. — *Acta Chem. Scand.*, 1949, **3**, 595 et 603-615.
[3] BLUM P. — *Thèse*, Grenoble, 1951.
[4] BERTAUT F. et BLUM P. — *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 1566.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. TOME 13, JUILLET-AOUT-SEPTEMBRE 1952, PAGE 431.

REVUE DES LIVRES

ESCANDE (L.). **Compléments d'hydraulique**, 2e partie (1 vol. 27 × 22 cm, 248 pages, Dunod, Paris, 1951, 1900 f).

Cet Ouvrage contient les résultats des travaux de l'auteur sur un certain nombre de problèmes qu'il a été amené à résoudre pour les usines hydroélectriques de Génissiat, des Brévières et d'Olette.

Ces solutions exposées, pour les problèmes de détermination du coup du bélier maxima engendré par des manœuvres simultanées des rames et obturateurs de turbine, de conduite forcée sont des exemples très intéressants d'utilisation de méthodes graphiques.

L'étude des oscillations dans une chambre d'équilibre et le problème de l'étranglement à la base de ces cheminées sont résolus également à l'aide d'une méthode graphique.

L'auteur expose ensuite les essais effectués sur modèle réduit au laboratoire de Baulève sur le fonctionnement simultané des barrages mobiles en déversoirs et en vannes de fond et le phénomène alternatif dangereux dont il peut être accompagné.

Signalons encore une note sur un aspect théorique simple des lois de similitude en hydraulique.

A. MARTIN.

DAUVILLIER (A.), **La Physique cosmique** (1 vol. 19 × 13 cm, 247 pages, Flammarion, Paris, 1951, 495 f).

D'après la définition même de l'auteur : « La Physique cosmique est une science de coordination et de synthèse, qui ne se confond ni avec l'Astrophysique, ni avec la Géophysique, mais qui les complète et établit des liens entre elles ». Elle comprend, « non seulement la Physique cosmique proprement dite, mais aussi la Chimie cosmique, la Minéralogie cosmique, voir même la Biologie cosmique ».

Le livre se compose de dix chapitres, où l'auteur a condensé l'essentiel de ses théories qu'il professe depuis plusieurs années au Collège de France. Le premier reproduit la leçon inaugurale de ses Cours au Collège et constitue en quelque sorte le crédo scientifique et philosophique de l'auteur. Les six chapitres suivants ont trait à des problèmes de Physique cosmique proprement dite, tels que l'origine du système solaire ou le magnétisme des corps célestes, tandis que dans les chapitres VIII et IX, qui relèvent plutôt de la cosmobiologie, l'auteur essaie de nous dévoiler les mystères de la génèse de la vie et discute des problèmes fondamentaux de l'évolution. Enfin, dans une digression qui constitue le dernier chapitre, l'auteur expose ses vues sur la valeur sociale de la Science.

Ce qui frappe d'abord le lecteur, c'est la grande érudition du savant, laquelle, alliée à une imagination fertile, lui permet de s'attaquer sans effort apparent à des problèmes qui hantent depuis longtemps l'esprit des cosmophysiciens, en général, et des cosmogoniciens, en particulier.

A une époque où le rythme prodigieux des acquisitions scientifiques accule le physicien à une spécialisation de plus en plus poussée, M. Dauvillier, avec ses connaissances encyclopédiques et son esprit de synthèse, apparaît comme l'un des derniers représentants d'une catégorie presque révolue de savants.

Cependant, là où beaucoup de ses lecteurs hésiteront à le suivre, c'est sur le terrain de ses idées et de ses théories sociales, où il croit demeurer, en toute sincérité, au-dessus de la mêlée. Certes, beaucoup de ses réflexions et de ses critiques concernant la Société, l'État, etc., sont d'une justesse souvent cruelle et c'est ce qui sans doute l'amène à exprimer sa conviction que « ... le degré de civilisation que n'aurait jamais dû dépasser l'espèce humaine est celui de la vie pastorale et rurale et que les sages sont ceux qui n'appartiennent à aucune secte politique ou religieuse — qui opposent stérilement les hommes — et ignorent les besoins factices de la vie moderne ». Dans le même ordre d'idées, M. Dauvillier manifeste à plusieurs reprises son appréhension — hélas ! trop justifiée par les événements — des progrès parfois meurtriers de la science moderne. Mais, au lieu de s'abandonner à un pessimisme sans issue et de l'inspirer à ses semblables,

le savant ne devrait-il pas se donner également pour mission d'éclairer inlassablement les non-initiés sur le péril qui nous guette tous, et, dans la mesure où il les entrevoit, sur les moyens de les conjurer ?

A. Rogozinski.

Albagli (S.), **Exercices de radioélectricité** (1 vol. 25 × 16 cm, 76 pages, Gauthier-Villars, Paris, 1952, 550 f).

Ce petit Ouvrage donne une série de vingt énoncés de problèmes suivis des vingt solutions correspondantes. Il traite de questions ayant trait aux lignes de transmissions, aux antennes, aux guides et résonateurs. Il s'adresse aux ingénieurs confirmés et aux chercheurs de laboratoires au moins autant qu'aux étudiants et il est très bien conçu : les problèmes posés forment un ensemble homogène de difficultés croissantes et traitent surtout des questions d'adaptation d'impédances si importantes dans ce domaine des hautes fréquences.

Chaque problème, enfin, se rapporte à des réalisations pratiques que l'ingénieur est susceptible d'avoir à réaliser, réalisations qui sont peu ou pas traitées dans la plupart des enseignements.

J. Combrisson.

Crausse (E.), **Hydraulique des canaux découverts en régime permanent** (1 vol. 16,5 × 25 cm, 258 pages, 162 figures, Eyrolles, Paris, 1951, 1390 f).

Les phénomènes d'écoulement dans les canaux découverts prennent un caractère particulier dû à la présence d'une surface libre. Il en résulte des phénomènes spéciaux tels que ressaut, remous, chute brusque qui compliquent le mouvement du liquide par rapport au mouvement dans les conduites en charge.

Cet Ouvrage rassemble les éléments nécessaires à la résolution des problèmes d'hydraulique que posent ces canaux.

Après un rappel des généralités sur les canaux, l'auteur étudie successivement la répartition des pressions dans la section transversale d'un canal découvert, l'écoulement en régime uniforme avec des indications sur l'implantation des canaux, les équations fondamentales du mouvement permanent et les facteurs influant sur les pertes de charge.

Les notions fondamentales d'énergie spécifique et de régime critique sont largement utilisées, surtout dans l'étude des courants graduellement variés.

Les ingénieurs spécialistes trouveront également des méthodes de calcul du remous en canaux uniformes de section quelconque et en cours d'eau naturel, l'influence du débit et de la pente sur un courant, l'étude de la position de la section critique et la discrimination entre veines noyées et veines dénoyées, l'analyse détaillée des phénomènes brusquement variés (changements de pente ou de section), piles de pont, canaux Venturi, barrages déversoirs, vannes de fond et notamment le ressaut.

Il faut louer l'auteur d'avoir joint à la fin de chaque chapitre une série d'exercices avec applications numériques. Il serait souhaitable pour aider à la compréhension complète des phénomènes exposés, que cette pratique se généralise dans la littérature technique française.

MM. Artin.

Jouguet (M.), **Traité d'Électricité théorique. Tome I. Électrostatique** (1 vol. 16 × 24 cm, VII + 359 pages, Gauthier-Villars, Paris, 1952, 4 000 f).

Ce livre qui fait partie de la Collection technique et scientifique du C. N. E. T. correspond aux leçons professées par l'auteur à l'École Supérieure d'Électricité. C'est un exposé des phénomènes de l'Électrostatique vus à notre échelle; il est conçu, à la manière classique, en faisant appel aux lois fondamentales à partir desquelles tout est déduit. Les tomes suivants comporteront l'aspect corpusculaire. Dans le but de rendre claires les théories présentées, l'auteur s'est attaché à exposer de nombreuses applications.

L'Ouvrage comporte six chapitres; ils sont intitulés : le champ électrostatique, l'équilibre électrique des conducteurs homogènes, diélectriques, équilibre électrique des conducteurs non homogènes, énergie interne, forces électromécaniques.

Les dispositifs expérimentaux, les machines ne sont pas décrits dans le livre qui est seulement théorique. Il faut féliciter l'auteur d'avoir fait un gros effort pour approfondir les questions et les rendre rigoureuses.

G. Dupuy.

Le Grand (Y.), **Optique physiologique** (1 vol. 23 × 14 cm, 372 pages, Revue d'Optique, Paris, 1952, 1600 f).

Le Professeur Yves le Grand a entrepris en 1946 la rédaction d'un traité d'Optique physiologique englobant toutes nos connaissances actuelles dans ce domaine. Tâche lourde, mais indispensable, aucun Ouvrage d'ensemble n'ayant été publié sur ce sujet depuis Helmholtz.

L'auteur a subdivisé son Ouvrage en trois volumes. Le premier, paru en première édition en 1946 et en deuxième édition en 1952, traite de la Dioptrique de l'œil et de sa correction. Le deuxième, paru en 1950 (et à paraître très prochainement en langue anglaise), traite de la Lumière et des Couleurs. Le troisième, à paraître en 1953, traitera de la vision des détails, des mouvements et du relief.

L'Ouvrage du Professeur Le Grand s'adresse tant aux étudiants (à l'intention desquels l'auteur a placé à la fin de chaque volume de nombreux exercices), qu'aux médecins ophtalmologistes et aux lunetiers (qui n'avaient jusqu'à présent à leur disposition que des traités de dioptrique oculaire fort médiocres). D'une lecture parfois un peu difficile pour les non-spécialistes, il constitue, par contre, un modèle de rigueur et de mise à jour, qualités particulièrement rares en Optique physiologique.

M. Ivanoff.

Le Gérant : Maurice Blondin. 142440 Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1952